Mathesis 38, (6), 1924

droite d', et le lieu du point Z est formé de deux hyperboloïdes ayant le même cône asymptote que celui trouvé lorsque le volume engendré par le triangle XYZ est nul.

Remarque. — Ce qui précède rend évidente la proposition suivante : Dans un mouvement fini quelconque d'un corps solide, les volumes balayés par les aires liées au corps solide sont les mêmes que si le corps solide avait effectué un mouvement hélicoïdal. Ce mouvement hélicoïdal n'est pas, en général, celui qui amènerait le corps solide de sa position initiale à sa position finale.

GRÉGOIRE DE SAINT-VINCENT,

Note historique, par M. H. Bosmans, S. J.

Grégoire de Saint-Vincent naquit à Bruges, le 8 septembre 1584, et mourut à Gand, le 27 janvier 1667. J'ai donné sa notice historique et bibliographique dans la *Bibliographie Nationale, publiée par l'Académie royale des Sciences, des Lettres et des Beaux-Arts* (1). En voici, très résumés, les traits principaux.

Après des études d'humanités à Bruges, puis de philosophie et de mathématiques à Douai, Grégoire entra au noviciat de la Compagnie de Jésus à Rome, le vendredi 21 octobre 1605. Les deux années de noviciat achevées, il fut appliqué aux mathématiques sous la direction de Clavius, le célèbre promoteur de la réforme grégorienne du calendrier. De ce premier séjour de Saint-Vincent à Rome, on n'a guère retenu que la tapageuse séance de 1611, donnée au Collège romain en présence de Galilée. Clavius et ses élèves se firent un honneur de montrer publiquement leurs lunettes astronomiques d'invention toute récente, et de faire voir à un nombreux groupe de cardinaux les taches solaires, les montagnes de la lune, les phases de Vénus, les satellites de Jupiter, les *anses* de Saturne, en un mot tous les phénomènes célestes que le *Sidereus Nuntius* de Galilée venait de révéler au monde savant ! phénomènes qui

(1) T. XXI, Bruxelles, Hayez, 1911, col. 141-171. Je prie le lecteur que des renseignements plus nombreux intéresseraient, de bien vouloir la consulter.

ruinaient la vieille physique d'Aristote et la théorie de l'incorruptibilité des cieux. Ce ne fut pas, écrivait en souriant, un demi-siècle plus tard, Grégoire de Saint-Vincent à Christiaan Huygens, « sans faire murmurer les philosophes ».

A la mort de Clavius, survenue le 6 février 1612, Grégoire rentra en Belgique. Il y acheva d'abord à Louvain ses études de théologie commencées à Rome ; puis les anciens Catalogues annuels des fonctions remplies par les pères de la province Flandre-Belgique nous le montrent occupant des emplois divers, successivement à Bruxelles, Bois-le-Duc et Courtrai, pour être enfin définitivement appliqué à l'enseignement des mathématiques, à Anvers d'abord, puis à Louvain.

Ce séjour à Louvain est la période la plus brillante de la carrière scientifique de Grégoire. Plein de vigueur et de santé, il a conscience de son talent. En 1624, il fait imprimer, dans la ville universitaire, les *Theoremata Mathematica Scientiae Staticae* (2), plaquette rare, dont la Bibliothèque royale de Belgique et l'Université de Gand possèdent des exemplaires. Ces Théorèmes sont de simples énoncés, sans démonstrations, d'une soutenance publique de thèses, qui eut lieu sous la présidence du Jésuite brugeois, au Collège de la Compagnie de Jésus à Louvain, le 29 juillet 1624. Elles ont le mérite de nous fournir des données précieuses sur l'enseignement de Grégoire à cette époque.

Cet enseignement nous est cependant mieux connu par le Ms. 5770-72 de la Bibliothèque royale de Belgique. Grégoire avait fait savoir au Général de la Compagnie de Jésus, le P. Mutius Vitelleschi, qu'il avait créé de nouvelles méthodes de démonstration géométrique, qui le conduisaient à coup sûr, assurait-il, à la solution du problème de la quadrature du cercle. Il demandait l'autorisation de les publier. Vitelleschi se défiait ; mais il avait à ses côtés le plus autorisé des conseillers en pareille matière, Christophe Grienberger, successeur de Clavius dans la chaire de mathématiques du Collège romain. Après l'avoir entendu, le Général ordonna à Grégoire de communiquer préalablement à Grienberger un aperçu de ses méthodes, après quoi, lui Général, il déciderait. Ce sont les minutes de quatre mémoires envoyés à Rome à la suite de cet ordre que contient le Ms. précité de la Bibliothèque royale. Aucune de ces minutes n'est un autographe de Grégoire ; mais ce sont des copies de la main de ses élèves. Trois d'entre elles sont signées, l'une par Guillaume

(2) En colophon : Lovanii, Typis Henrici Hastenii, Anno 1624, (Bibl. royale).

Boelmans (3), deux par Théodore Moretus (4). La quatrième est anonyme; sauf meilleure information, je la crois d'Ignace Der Kennis (5), mais la chose reste douteuse. Il me manque un autographe authentique de Der Kennis pour permettre une identification certaine de l'écriture.

A la lecture de ces pièces et peut-être d'autres analogues encore, Grienberger fut émerveillé. Les méthodes de l'auteur étaient absolument neuves ; mais la quadrature du cercle ne se trouvant pas dans l'envoi, il pria le Général de faire venir Grégoire à Rome. On s'expliquerait mieux de vive voix que par écrit. Vitelleschi acquiesça et Grégoire quitta Louvain pour la ville éternelle en 1625.

Les conférences des deux savants n'aboutirent pas. On sait que parallèlement à Cavalieri, mais indépendamment du Bolonais, Grégoire avait créé une méthode des indivisibles, qui avait même sur celle que le Géomètre italien devait publier dix ans plus tard, en 1635, l'avantage d'être rigoureuse. Grégoire se rattache directement à l'école d'Archimède. Mais il avait emprunté à son compatriote Stevin, dont il parlait la langue et comprenait les écrits flamands, l'idée de donner systématiquement une forme directe aux raisonnements par l'absurde des Grecs. De là aux indivisibles, il n'y avait qu'un pas. Grienberger admirait l'élégance et la fécondité du nouveau procédé. Il pressait Grégoire d'en faire part au public sans plus tarder. Mais celui-ci se butait à la quadrature du cercle ; or, à chaque nouvel essai, Grienberger mettait le doigt sur la lacune du raisonnement.

(3) Guillaume Boelmans naquit à Maestricht, le 7 octobre 1603, entra dans la Compagnie de Jésus, le 24 septembre 1617 et mourut à Louvain, le 20 juin 1656. Il enseigna les mathématiques dans la ville universitaire, où il compta parmi ses élèves André Tacquet. L'enseignement de Boelmans nous est connu par ses *Theses Mathematicae, Geometricae, Arithmeticae,...., etc.* Lovanii, Apud viduam Henrici Hastenii, Anno 1634 ; programme d'une soutenance publique de thèses; la Bibliothèque royale de Belgique et le Collège de la Compagnie de Jésus à Louvain possèdent des exemplaires de ce programme.

(4) Théodore Moretus naquit à Anvers de Pierre Moerentorf et d'Henriette, fille cadette du grand imprimeur Christophe Plantin, le 9 février 1602, Il entra dans la Compagnie de Jésus au noviciat de Malines, le 12 septembre 1618, et mourut à Breslau, le 6 novembre 1667. Son ouvrage le plus connu est le *Tractatus physico-mathematicus de aestu maris*. Antverpiae, Apud Jacobum Meursium. Anno M.DC.LXV. J'appelle l'attention sur les curieuses minutes de ses lettres à Saint-Vincent et à Grienberger, contenues dans le même Ms. 5770-72 de la Bibliothèque royale (ffº 380 vº-386 rº). Elles permettent de conclure que, si les quatre mémoires sont bien de Saint-Vincent, le professeur ne craignait pas de confier à ses élèves le soin de mettre la dernière main à la rédaction.

(5) Ignace Der Kennis naquit à Anvers, le 3 mars 1698 et mourut à Louvain, le 20 janvier 1756. Il tint une place dans l'histoire du cartésianisme et du jansénisme en Belgique, mais ne continua pas à s'occuper de mathématiques.

Quoique étranger aux mathématiques, Vitelleschi se rendait compte que ces discussions étaient sans issue. De toutes parts on lui réclamait les services de Grégoire, il résolut de l'envoyer enseigner les mathématiques à Prague, tout en lui ménageant du temps pour poursuivre ses études. En apprenant cette décision, Grienberger fut désolé. J'ai publié dans les *Annales de la Société d'émulation de Bruges* (6), la lettre qu'il écrivit au Général pour le supplier de rapporter cette nomination. Mais celui-ci crut devoir la maintenir.

La capitale de la Bohème fut un séjour fatal à notre compatriote. En 1628, il ressentit les atteintes d'une première atteinte d'apoplexie. « C'était une attaque de paralysie, dit-il quand il en parle lui-même, dont il mit cinq ans à se remettre ». Les contemporains sont plus précis et emploient le mot propre. C'était bel et bien une attaque d'apoplexie, dont Grégoire ne se remit jamais parfaitement.

En 1631, nouveau malheur plus irréparable que le premier. Prague fut emportée d'assaut par les troupes suédoises et mise à sac. Le feu prit au Collège. Grégoire était au pied de l'autel et se disposait à célébrer la Sainte Messe, quand l'incendie se déclara. « En un quart d'heure, s'écrie-t-il, je vis s'évanouir le fruit de plusieurs années de travail ! » Parmi les pertes auxquelles il fut le plus sensible, se trouvait un grand *Traité de Statique*, écrit, nous apprend-il, d'après les idées d'Archimède. Jamais Grégoire n'en essaya depuis une nouvelle rédaction ; du moins, n'en ai-je trouvé aucune trace dans la vaste collection de ses manuscrits, l'un des trésors de la Bibliothèque royale de Belgique.

Au milieu de la confusion causée par le meurtre, le feu et le pillage, le P. Rodrigue Arriaga, confrère de Grégoire, s'élança dans la chambre de son ami, y saisit sur la table de travail le plus de manuscrits qu'il put, les jeta pêle-mêle sur un chariot et réussit à les faire parvenir à Vienne, où ces manuscrits restèrent dix ans.

Cependant, Prague était devenue intenable pour un malade comme Grégoire. Il reprit donc lentement par Vienne le chemin de Rome. Mais en cours de route, des ordres du Général vinrent le toucher à Laibach, en Illyrie, et lui prescrivirent de rentrer en Belgique. Il devait tâcher d'y rétablir ses forces en respirant l'air natal. Grégoire obéit, et au mois d'août 1632, il était nommé professeur de mathématiques à Gand, fonction qu'il exerça sans interruption jusqu'à sa mort dans le Collège de cette ville.

Pendant dix ans, la vie du savant religieux subit une éclipse. Ce fut un bienfait. Le repos relatif qu'il put se permettre favorisa le relèvement

(6) T. LXIII, Bruges, De Plancke, 1913, pp. 41-56.

de sa santé. Aussi, rentré enfin après une longue attente en possession des papiers que le P. ARRIAGA avait sauvés des flammes à Prague, est-ce avec une ardeur juvénile qu'il se remit au travail.

Ces vieux manuscrits furent le point de départ de la composition du *Problema Austriacum* [7]. Toute la vie de GRÉGOIRE se concentre autour de ce grand ouvrage. Il avait mis vingt ans à le méditer et à l'écrire ; une fois publié, il mit vingt autres années à le défendre. Le *Problema* est un des monuments de la science belge. Au jugement de LEIBNIZ [8], il élève l'auteur au rang de FERMAT et de DESCARTES, par « les nombreuses et belles inventions » qu'on y trouve.

Malgré un témoignage si flatteur, et d'ailleurs bien justifié, SAINT-VINCENT est beaucoup moins connu que ses deux illustres émules. On en peut donner deux causes.

La première est le format malencontreux de son *Problema Austriacum* ; énorme in-folio de plus de douze cents pages, massif, lourd et pénible à consulter.

La seconde est le titre de l'ouvrage. Ni l'expérience, ni l'âge n'avaient corrigé GRÉGOIRE. Buté comme dans sa jeunesse à la quadrature du cercle, il avait enrichi son travail d'un frontispice magnifique portant l'inscription sensationnelle : *Problema Austriacum Quadratura Circuli.* De prime abord le Général de la Compagnie, qui était alors le P. VINCENT CARAFFA, en fut choqué et reprocha à son subordonné cette maladresse. Passée sous silence dans le titre, un nouvel essai infructueux de quadrature du cercle n'eut pas plus nui à GRÉGOIRE qu'à ses prédécesseurs et fut resté inaperçu. Il n'en alla pas de même cette fois. La quadrature était à l'ordre du jour. Elle faisait l'objet du Livre X. Les savants l'y cherchèrent tout d'abord. N'y trouvant pas ce qu'ils avaient espéré, découragés par les cent vingt propositions qu'ils avaient lues sans résultat, rebutés plus encore par le maniement ingrat de l'ouvrage, le plus grand nombre en resta là et ne prit pas connaissance des « belles inventions » — j'emploie l'expression de LEIBNIZ — que contenaient les neuf premiers livres. Faute peut-être de patience, et probablement faute aussi

---

[7] Antverpiae. Apud Joannem et Jacobum Meurslos. Anno M.DC.XLVII. Le frontispice est un dessin d'Abr. a Diepenbeek, magnifiquement gravé sur cuivre par Corn. Galle. Le titre imprimé diffère de celui du frontispice : *P. Gregorii A S° Vincentio Opus Geometricum Quadraturae Circuti Et Sectionium Coni Decem Libris Comprehensum.*

[8] Il s'agit des progrès des mathématiques : « Magna subsidia attulerunt, dit LEIBNIZ, triumviri celebres, FERMATIUS inventa methodo de maximis et minimis, CARTESIUS ostensià ratione lineas.... exprimendi per aequationes et P. GREGORIUS A S. VINCENTIO multis praeclaris inventis ». *Acta eruditorum.* Lipsiae, typis Christophori Güntheri, cah. de juin 1686, p. 298.

de temps, jamais non plus historien des mathématiques n'en a donné une analyse systématique complète. Les études partielles de détail ne manquent cependant pas, il est vrai ; et parmi elles je citerai en première ligne le résumé des six premiers livres par M. NEUBERG [9]. Beaucoup plus minutieuse et fouillée est toutefois l'examen critique des livres IV-VI que M. KARL BOPP a donné sous le titre : *Die Kegelschnitte des* GREGORIUS A SANCTO VINCENTIO *in Vergleichender Bearbeitung* [10]. C'est sur le plan adopté, dans ce mémoire, par le successeur de CANTOR, que tout le volume de SAINT-VINCENT devrait être étudié. Le livre VII surtout, *De ductu plani in planum*, dans lequel l'auteur expose ses méthodes infinitésimales mériterait un travail de ce genre.

A peine le *Problema Austriacum* eut-il vu le jour qu'éloges et critiques affluèrent. Mais bientôt l'attention se porta presque tout entière sur le livre X, celui qui la méritait le moins, et une polémique non moins longue que vive s'engagea à son sujet. On peut en lire le récit dans mon article de la *Bibliographie Nationale.* Les géomètres les plus en vue, AUZOUT, ROBERVAL, MERSENNE, DESCARTES, HUYGENS prirent part à la controverse ; SAINT-VINCENT ne leur répondit pas lui-même, mais les plumes amies de SARASA, KINNER de Lowerthum et ANYSCOM, directement d'ailleurs inspirées par lui, se chargèrent de sa défense. Ces discussions ouvrirent une correspondance charmante entre le vieux Jésuite et le jeune CHRISTIAAN HUYGENS, presque encore un enfant et débutant dans la carrière scientifique. Leurs lettres ont été éditées dans les *Œuvres complètes de* CHISTIAAN HUYGENS *publiées par la Société hollandaise des Sciences* [11]. MONCHAMP les a étudiées dans un excellent mémoire : *Les correspondants belges du grand* HUYGENS [12].

En 1659, une seconde attaque d'apoplexie vint définitivement cette fois ralentir l'activité de SAINT-VINCENT. C'était désormais un vieillard. Ses amis savaient cependant qu'il possédait encore bien des manuscrits inédits, auxquels il attachait lui-même de la valeur. Ils insistèrent près du P. PAUL OLIVA, Général en charge, et le prièrent d'aviser aux moyens d'en empêcher la perte. OLIVA chargea le P. ÉGIDE VAN DER BEKE, provincial de Flandre-Belgique, de donner des aides au vénérable savant. Malgré ses infirmités et son grand âge, celui-ci se remit courageusement à l'œuvre. C'est dans ces conditions que se commença l'impression de l'*Opus*

---

[9] *Vie et Œuvre de* GRÉGOIRE DE SAINT-VINCENT, BB. 1911, n° 12, pp. 922-933.

[10] Leipzig, Teubner, 1907. Forme le second fascicule du t. XX des *Abhandlungen zur Geschichte der matematischen Wissenschaften... begründet von* MORITZ CANTOR. Dans l'article que nous venons de citer, M. NEUBERG qualifie avec raison le travail de M. BOPP d'analyse magistrale.

[11] Tt. I-V. La Haye, Martinus Nijhoff, 1888-1893.

[12] BB. 3e sér., t. XXXVII, 1894, pp. 255-308.

ad Mesolabium. Mais, le 27 juillet 1667, une troisième attaque d'apoplexie foudroyante enleva l'auteur au milieu de son travail. La publication de l'ouvrage s'acheva par les soins du P. JOACHIM PAPEBROCHIUS, frère du célèbre bollandiste, le P. DANIEL PAPEBROCHIUS.

L'*Opus posthumum ad Mesolabium* (13), n'a pas l'incomparable valeur du *Problema Austriacum*. Il est néanmoins encore très recherché. Peut-être est-ce cependant moins pour le fond de l'ouvage que pour le beau portrait gravé par RICHARD COLLIN, qu'on admire en ouvrant le volume. Nous nous faisons un plaisir d'en offrir la reproduction aux lecteurs de *Mathesis*.

SUR UNE RELATION DE DURRANDE,

par M. V. THÉBAULT, Le Mans.

1. Soient O et R le centre et le rayon de la sphère circonscrite à un tétraèdre ABCD ; I et r le centre et le rayon de la sphère inscrite ou d'une sphère exinscrite ; d la distance OI. DURRANDE (AG, t. XIX, pp. 49-59) donne comme vraie pour un tétraèdre quelconque la relation

$$d^2 = (R \pm r)(R \mp 3r), \tag{1}$$

le signe supérieur se rapportant à la sphère inscrite et l'autre à une sphère exinscrite.

Voici comment FONTENÉ (NA, 1900-70) s'exprime à ce sujet :

« La condition (1) est indiquée à tort par DURRANDE comme condition d'existence de tétraèdres inscrits à une sphère O et circonscrits à une sphère I ; l'auteur suppose qu'il existe nécessairement, parmi ces tétraèdres, des pyramides triangulaires régulières, ce qui est évidemment inexact ».

2. L'an dernier M. CL. SERVAIS nous a communiqué ce qui suit :

Il n'existe, en général, aucune relation entre la distance des centres et les rayons de deux sphères, l'une circonscrite à un tétraèdre, l'autre tangente aux faces.

(13) Gandavi. Typis Balduini Manilii... 1668.

En effet, soient (O), (I) deux sphères absolument quelconques ; A, B deux points de (O) ; (A), (B) les cônes de sommets A, B circonscrits à la sphère (I). Les plans tangents α, β menés par la droite AB à la sphère (I) sont tangents aux deux cônes et coupent la sphère (O) suivant deux cercles (α), (β). Les plans π, [ou σ], tangents au cône (A), [ou au cône (B)], coupent les plans α, β suivant deux faisceaux de rayons projectifs qui déterminent sur les cercles (α), (β) les ponctuelles projectives

$$(\pi_\alpha) \overline{\wedge} (\pi_\beta), \qquad [\text{ou } (\sigma_\alpha) \overline{\wedge} (\sigma_\beta)].$$

On peut toujours supposer $\pi_\alpha \equiv \sigma_\alpha$; les ponctuelles (π_β) et (σ_β) sont alors projectives, et si π_β est un élément double, $\pi_\beta \equiv \sigma_\beta$. Le tétraèdre $AB\pi_\alpha\pi_\beta$ est par suite circonscrit à la sphère (I) et inscrit dans la sphère (O).

3. M. R. GOORMAGHTIGH nous a signalé les deux relations suivantes entre R, d, les longueurs des arêtes d'un tétraèdre $A_1A_2A_3A_4$, les aires des faces (S_1, S_2, S_3, S_4) opposées aux sommets A_1, A_2, A_3, A_4 et le volume du tétraèdre.

Soient $A_1A_2A_3A_4$ un tétraèdre, x_1, x_2, x_3, x_4 les cordonnées barycentriques absolues d'un point quelconque et désignons la longueur de l'arête A_iA_j par a_{ij}. L'équation de la sphère $A_1A_2A_3A_4$ sera

$$\varphi(x_1, x_2, x_3, x_4) \equiv a_{12}^2x_1x_2 + a_{13}^2x_1x_3 + \cdots = 0,$$

et la puissance du point de cordonnées barycentriques *absolues* α_1, α_2, α_3, α_4 sera $-\varphi(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4)$.

Or observons que, si S_1, S_2, S_3, S_4 sont les aires des faces $A_2A_3A_4$, $A_4A_3A_1$, ... du tétraèdre, les coordonnées barycentriques absolues du centre de la sphère inscrite seront

$$\frac{S_1}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}, \qquad \frac{S_2}{S_1 + S_2 + S_3 + S_4}, \qquad \ldots.$$

Comme la puissance de ce point, par rapport à la sphère circonscrite, vaut $d^2 - R^2$, on aura

$$(R^2 - d^2)(S_1 + S_2 + S_3 + S_4)^2 = a_{12}^2S_1S_2 + a_{13}^2S_1S_3 + \cdots \tag{1}$$