43, 1924

SUR LE PLAN FONDAMENTAL DE BESSEL USITÉ DANS L'ÉTUDE DES OCCULTATIONS

par M. l'abbé Éd. GOEDSEELS.

Nous avons exposé, dans une précédente réunion, quelques remarques critiques sur les théories habituelles d'astronomie mathématique.

Les problèmes à résoudre, dans ces théories, présentent cette particularité qu'on y rencontre des fonctions très compliquées du temps. Mais les difficultés inhérentes à ces fonctions disparaissent parce que les éphémérides en donnent des valeurs suffisamment rapprochées l'une de l'autre pour qu'on puisse remplacer généralement les susdites fonctions dans les intervalles, par des fonctions linéaires.

Nonobstant cet artifice, les questions présentent encore des difficultés, parfois très grandes.

Ces dernières disparaîtraient à leur tour si on suivait en astronomie la marche suivie dans tous les traités de géométrie analytique.

Pour mieux préciser nos remarques, prenons par exemple la question des occultations.

Rapportons un point d'observation quelconque, A, une étoile E, et le centre L de la lune aux trois axes coordonnés OXYZ correspondant aux éphémérides.

Désignons par R le rayon de la sphère lunaire, par V l'écart angulaire LAE entre l'étoile E et le centre L de la lune, et par U le demi-diamètre apparent de la lune vue du point A. Les côtés de l'angle V sont déterminés respectivement par les deux points A et L, et A et E.

Rien n'est donc plus facile que de calculer l'angle V par les moyens enseignés en géométrie analytique.

On peut de même calculer la distance AL, et, par suite, l'angle U qui vaut arc sin (R : AL).

Au moment où une occultation commence ou finit, on a :

$$V = U$$

Il suffit donc d'exprimer V et U au moyen des renseignements fournis par les éphémérides pour obtenir une équation en t dont les solutions correspondent, la plus petite à l'immersion et la plus grande à l'émersion.

Les auteurs qui exposent la théorie des occultations comme l'a exposée Bessel, en ayant recours aux méthodes empiriques de la trigonométrie sphérique, font intervenir un plan soi-disant fondamental auquel ils donnent souvent le nom pompeux de *plan fondamental de Bessel.*

Ce qualificatif, ou même le titre moins ronflant de *plan fondamental*, est de nature à paralyser l'initative des étudiants, et à leur cacher qu'il s'agit, en réalité, d'un problème qu'ils savent parfaitement résoudre sans le secours de personne, et surtout sans rencontrer le soi-disant plan fondamental.

C'est par des anomalies de ce genre qu'on attire sur l'astronomie les foudres de certains esprits critiques qui posent avec raison en principe que la science ne peut jamais se payer de mots.

A PROPOS DE LA PREMIÈRE TRADUCTION FRANÇAISE DES « CONIQUES » D'APOLLONIUS

par le P. H. BOSMANS, S. J. [1]

Apollonius naquit à Perge en Pamphylie et vécut au déclin du troisième et au début du second siècle avant Jésus-Christ. Il est donc presque le contemporain d'Archimède, qui le précède cependant d'environ un demi-siècle. On sait peu de chose de sa vie, si ce n'est qu'il la passa en majeure partie à Alexandrie. Il séjourna aussi quelque temps à Pergame, où il rencontra l'historien des mathématiques Eudème et le géomètre Attale,

---

[1] *Les Coniques d'Apollonius de Perge. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une introduction et des notes,* par Paul Ver Eecke, Ingénieur des mines (A. I. Lg.), Inspecteur général du travail. Ouvrage publié sous les auspices de la Fondation Universitaire de Belgique. Bruges, Desclée et De Brouwer, 1924.

auxquels il adressa successivement les huit livres de la seconde édition de ses *Coniques*. C'est de cet ouvrage fameux que M. Paul Ver Eecke vient de publier une traduction.

Elle est faite d'après les principes adoptés par l'auteur dans sa traduction des *Œuvres d'Archimède* (1), c'est-à-dire, en s'efforçant de serrer le texte grec d'aussi près que le permet le génie de la langue française, sans jamais sacrifier, même dans ses nuances, l'exactitude à l'élégance ; mais en multipliant d'autre part les éclaircissements utiles dans les notes de petit texte du bas des pages.

On a beaucoup discuté et on ne se mettra probablement jamais d'accord sur la meilleure règle à suivre pour traduire les géomètres grecs. Aussi, pour éviter toute équivoque, je déclarerai tout d'abord et sans ambages que la méthode de M. Ver Eecke me paraît excellente. Mais, est-elle la seule bonne ? Et pour être précis, faut-il désormais proscrire toute traduction en notations modernes ? Ici j'hésite à répondre, car cela dépend du point de vue du lecteur.

Balsau (2) et Heath (3) ont traduit les *Coniques* d'Apollonius en notations modernes, ce qui rend pour nous leur version fort claire. Plus d'un géomètre apprécie avant tout cette clarté, ce qui se comprend. Mais la facilité de lecture qui s'ensuit n'a-t-elle pas l'inconvénient grave de ne plus nous donner une connaissance véritable des méthodes grecques ? Il faut reconnaître sans hésiter qu'il en est bien ainsi. Une notation moderne nous permet seulement d'entrevoir ce qu'était la démonstration grecque. Si elle en conserve l'idée générale, elle lui enlève sa saveur archaïque et la prive souvent de son caractère propre. Il ne faut pas oublier, en effet, qu'un mathématicien grec, contemporain d'Apollonius, ne soupçonne pas ce que peut être un algorithme formé comme le nôtre de lettres et de signes d'opération. Il lit, sur une figure géométrique, les conclusions arithmétiques et algébriques que nous déduisons d'une formule. La figure classique du carré de l'hypoténuse, par exemple, lui tient lieu de notre formule $a^2 + b^2 = c^2$. De plus, au cours des démonstrations, il invoque des théorèmes sur la transformation des proportions, là où nous usons d'égalités algébriques. N'est-il pas clair, dès lors, que ce qui nous paraît détour et complication est pour lui la voie directe ? et qu'au point de vue historique et méthodologique, il y a un vrai intérêt à pouvoir s'en rendre compte ? Or, ces transformations des proportions, ces démonstrations algébriques par des figures géométriques, un Euclide, un Archimède, un Apollonius les exécutent avec une maîtrise et une élégance que nous ne soupçonnons plus. Voilà cependant ce qu'on peut désirer connaître et ce que les notations modernes dissimulent presque complètement.

Ceci dit, examinons l'œuvre même du géomètre de Perge. Elle se compose de huit livres, divisés, d'après l'auteur lui-même, en deux groupes de caractère différent : Celui des quatre premiers livres, qui constitue les *Éléments des Coniques* ; celui des quatre derniers, qui est d'un genre plus relevé et se compose de mémoires originaux.

Justifions d'abord ce nom d'*Éléments* donné par Apollonius lui-même aux quatre premiers livres. Zeuthen a démontré (1), et tous les historiens des mathématiques admettent depuis lors, que les Grecs eurent jadis une savante et belle algèbre-géométrique. Je ne répéterai pas ici une fois de plus, pourquoi les Grecs n'eurent néanmoins jamais l'idée de s'y servir de

---

(1) *Œuvres complètes d'Archimède traduites du grec en français, avec une introduction et des notes*, par Paul Ver Eecke. Paris et Bruxelles, Desclée-De Brouwer, 1921.

(2) *Apollonius von Perga sieben Bücher über Kegelschnitte nebst dem durch Halley wieder hergestellten achten Buche.* Deutsch bearbeitet von H. Balsam... Berlin, 1861, Verlag von Georg Reimer.

(3) *Apollonius of Perga treatise on conic sections edited in modern notation with introduction including an essay on the earlier history of the subject*, by T. L. Heath... Cambridge, University Press, 1896.

(1) *Histoire des mathématiques dans l'Antiquité et dans le Moyen Age*, par H. G. Zeuthen.. Édition française revue et corrigée par l'auteur, traduite par Jean Mascart. Paris, Gauthier-Villars, 1902. Voir dans la Table des matières les passages indiqués aux mots « Équations du second degré. »

lettres ; pourquoi ils préférèrent employer des lignes dans leurs démonstrations, ce qui les conduisit naturellement à en représenter le résultat final par une figure géométrique qui leur rappelait les opérations à effectuer.

Mais, il fallait construire ces figures, ce qui donnait lieu tantôt à des *Problèmes plans*, c'est-à-dire, des constructions qui pouvaient s'exécuter par la règle et le compas ; tantôt à des *Problèmes solides*, c'est-à-dire, à des dessins dont le tracé géométrique exigeait l'emploi des *Coniques*. Ce nom de *Problème solide* provenait de ce que les trois coniques, tout en étant des courbes planes, ne se définissaient qu'à l'aide d'un solide, le cône. On nommait aussi les coniques *Lieux solides*, par opposition aux deux *Lieux plans* qui étaient la droite et la circonférence.

Or, quand il ne s'agissait que de construire la figure-formule de solution de l'équation du second degré, le problème était plan. Euclide fait de la formule de solution de cette équation l'un des principaux objets du second livre et celui des propositions 27-30 du sixième livre de ses *Eléments* (1).

Mais quand des problèmes tels que la duplication du cube, la trisection de l'angle ou d'autres plus compliqués conduisaient à des équations des troisième ou quatrième degrés, le problème devenait solide. De là chez les Grecs une question d'une importance primordiale pour eux, dont voici l'énoncé général : Deux coniques étant données, déterminer leurs points d'intersection. Il forme l'objet du quatrième livre des *Coniques* d'Apollonius et donnait lieu à une vraie algèbre-géométrique supérieure, tandis que la résolution des équations du second degré par les lieux plans était du ressort de l'algèbre-géométrique élémentaire. Sans vouloir forcer l'analogie, il y avait entre la théorie des équations chez les Grecs et la nôtre un parallélisme lointain.

On m'excusera de m'être attardé à rappeler ces détails ; ils vont m'être utiles.

Dès avant Apollonius, le problème de l'intersection des

(1) Il ne s'agit, bien entendu, que des racines positives des équations.

lieux solides fut chez les Grecs l'objet de plusieurs ouvrages classiques nommés *Eléments des Coniques*. Il en faut nommer au moins deux, aujourd'hui perdus il est vrai, mais qui ont laissé un souvenir dans l'histoire de la science : ceux d'Aristée et ceux d'Euclide. Les quatre premiers livres du géomètre de Perge ne sont donc pas une création originale. Mais les essais de ses prédécesseurs laissaient beaucoup à désirer et présentaient des lacunes importantes. Il les reprit, les corrigea et les compléta. Beaucoup des beaux théorèmes, qu'on lit chez lui, sont neufs, dit-il, et de son invention.

Parmi ses trouvailles, il en faut signaler au moins deux.

Antérieurement à lui, une conique se concevait comme engendrée par l'intersection d'un cône circulaire et d'un plan essentiellement perpendiculaire à l'une des arêtes. Si l'angle au sommet du cône était aigu, la section était une ellipse ; si c'était un angle droit, elle était une parabole ; enfin, si l'angle était obtus, c'était une hyperbole. Apollonius remarqua qu'un cône circulaire quelconque, quelle que fût l'ouverture de son angle au sommet, suffisait pour définir les trois coniques, à condition de disposer de la direction du plan sécant et de ne plus s'imposer la règle inutile de le mener perpendiculairement à l'une des arêtes du cône.

La deuxième découverte a une importance plus grande encore. Les prédécesseurs d'Apollonius n'avaient considéré que le cône à une nappe. L'hyperbole y était une courbe à branche unique, comme la parabole. Mais certaines propriétés de cette branche, qui se rencontraient aussi dans l'ellipse, firent deviner à Apollonius que son hyperbole à une branche ne lui donnait que la moitié de la courbe entière ; que celle-ci avait un centre comme l'ellipse et qu'elle possédait une seconde branche symétrique de la première. Il donna le nom d'hyperbole à cette seconde branche comme à la première et appela l'ensemble des deux, *Sections opposées*. Dans le langage d'Apollonius les sections opposées se composent donc de deux hyperboles. Il ne faut pas le perdre de vue, surtout dans les propositions du quatrième livre, et se garder d'y confondre les problèmes d'intersection d'une conique ou d'une circonférence avec une hyperbole, et ceux de l'intersection des mêmes courbes avec les sections opposées. Ces derniers étaient entièrement neufs. Apollonius a soin de le faire remarquer à Attale, dans la lettre par laquelle il lui annonce l'envoi de son quatrième livre.

Il se passa pour les *Eléments des coniques* d'Apollonius ce qui s'était vu pour les *Eléments de géométrie* d'Euclide. Leur perfection fit oublier les manuels antérieurs, qui ne gardèrent bientôt plus qu'un intérêt historique et finirent par périr. Les *Eléments* d'Apollonius restèrent au contraire longtemps le précis en vogue pour tous les mathématiciens grecs qui cultivèrent la haute algèbre de leur temps. C'est la raison évidente pour laquelle ils ont échappé au désastre général qui atteignait le texte grec des autres écrits d'Apollonius. Les quatre premiers livres furent un ouvrage didactique. C'est ce qui nous vaut la bonne fortune de les posséder encore dans la langue où ils furent composés.

Les livres suivants ont un caractère tout différent. Ce sont des mémoires originaux, œuvres personnelles de l'auteur. Seul un hasard heureux les a fait parvenir jusqu'à nous. Encore ne les avons-nous qu'en partie, car le livre VIII paraît irrémédiablement perdu. Quant aux livres V-VII, ils nous sont connus par plusieurs manuscrits arabes, dont un excellent, rapporté d'Orient par le célèbre Golius. Ce manuscrit renfermait la version arabe des sept premiers livres, mais des sept premiers seulement, car le huitième semble avoir échappé aux investigations du traducteur. On doit le considérer comme déjà perdu à cette époque.

La comparaison du texte arabe des quatre premiers livres avec le texte grec prouve l'habileté du traducteur, et donne confiance dans la fidélité avec laquelle il a rendu les autres. L'astronome Halley, celui-là même qui donna son nom à la première comète périodique, eut connaissance du manuscrit qui avait appartenu à Golius. Il n'hésita pas à se mettre à l'étude de l'arabe pour donner au public savant une version

latine des livres V-VII. Son édition parut à Oxford, en 1710 [1]. Elle comprend le texte grec des quatre premiers livres publié pour la première fois ; la traduction latine des sept livres conservés ; enfin, divers ouvrages ou extraits utiles soit pour commenter, soit aussi pour compléter le grand ouvrage d'Apollonius. Ils sont dus à Eutocius, Pappus et Serenus.

Le cinquième livre, nous apprend l'auteur, a pour but de trouver les *maxima* et les *minima* de certaines lignes. Précisons davantage. Il a surtout pour objet de résoudre le problème suivant : Étant donnés une conique et un point pris dans son plan, trouver la plus grande et la plus petite droite que l'on puisse mener du point à la conique. Apollonius prend occasion de ce problème pour donner une belle théorie des normales.

Le sixième livre traite de la similitude.

Dans la lettre d'envoi du septième, Apollonius dit à Attale que le livre VII donne des théorèmes servant au *diorisme* et le huitième des problèmes auxquels ce *diorisme* s'applique.

Ce mot *diorisme* a embarrassé les interprètes d'Apollonius. M. Paul Ver Eecke, qui non sans raison réprouve les néologismes, le traduit assez heureusement par *discussion*. C'est en effet cela, mais à la condition de restreindre le sens du mot *discussion* à celui de « détermination des conditions de possibilité du problème ou du théorème proposé » [2]. En réalité, le mot *diorisme* n'a pas, croyons-nous, d'équivalent parfait en latin, ni en français.

Quoi qu'il en soit, les principales propositions servant au *diorisme* sont les théorèmes classiques relatifs aux carrés et aux parallélogrammes construits sur les diamètres conjugués

---

[1] *Apollonii Pergaei Conicorum Libri octo, et Sereni Antisiensis de Sectione Cylindri et Coni Libri duo.* Oxoniae, E Theatre Sheldoniano, An. Dom. MDCCX. (Univ. de Gand.)

Le nom de Halley ne figure pas dans le titre de départ de l'ouvrage, mais dans les titres particuliers des diverses parties qui le composent.

[2] Voir Zeuthen, *O. c.*, p. 81 et aux autres endroits indiqués dans la Table des matières au mot « diorisme ».

d'une ellipse ou d'une hyperbole, qui portent encore le nom de théorèmes d'Apollonius. Partant de ces théorèmes, Halley a essayé une reconstitution du huitième livre, qui passe pour un des essais les mieux réussis de ce genre. On pourrait à peu près le résumer en ce problème général : Connaissant la grandeur et la position de deux diamètres conjugués d'une ellipse ou d'une hyperbole et certaines relations entre deux autres diamètres conjugués, trouver ces derniers en grandeur et en position.

Il me reste à dire un mot de l'Introduction de M. Paul Ver Eecke. L'auteur l'a divisée en quatre chapitres sans en-têtes. Il eût pu les intituler comme suit : I. Biographie d'Apollonius. II. Analyse de ses *Coniques* (1), III. Les autres écrits d'Apollonius. (Ils sont tous perdus, à l'exception du traité *De Sectione Rationis*, dont Halley a publié une version latine d'après un manuscrit arabe) (2). IV. Bibliographie des éditions des *Coniques*. Cette Introduction se distingue par une grande richesse d'information et ce n'est pas ici la place d'y relever l'une ou l'autre inexactitude de détail.

J'ai oublié de dire que M. Paul Ver Eecke a pris pour base de sa version des quatre premiers livres, le texte grec de l'édition critique de M. Heiberg (3) établi d'après un manuscrit du Vatican. Pour les trois livres suivants, il s'est servi du texte latin de Halley. Enfin, s'il ne nous donne pas le huitième livre, c'est qu'en réalité nous ne l'avons plus et qu'en dernière analyse la reconstitution de Halley reste du domaine de la conjecture.

(1) Je rappellerai à cette occasion le beau travail de Housel, *Les Coniques d'Apollonius*, publié dans le JOURNAL DE MATHÉMATIQUES PURES ET APPLIQUÉES, 2e sér., t. III, Paris, Mallet-Bachelier, 1858, pp. 153-192. La version de M. Paul Ver Eecke en fait mieux apprécier le mérite.

(2) *Apollonii Pergaei De Sectione Rationis Libri Duo Ex Arabico MSto. Latine versi*... Opera et studio Edmundi Halley Apud Oxonienses Geometriae Professoris Saviliani. Oxoniae, E Theatre Scheldoniano. Anno MDCCVI. (Bibliothèque Royale de Belgique.)

(3) *Apollonii quae Graece exstant cum Commentariis antiquis*. Edidit et latine interpretatus est I. L. Heiberg. Lipsiae, Teubner, 1890 et 1893. En deux volumes.

La nouvelle édition est publiée par la Maison Desclée-De-Brouwer sous les auspices de la Fondation Universitaire de Belgique. Elle est d'une belle exécution qui fait honneur aux presses des éditeurs.

Deuxieme Section

—

INFLUENCE DE LA TEMPÉRATURE SUR LA RÉDUCTION DES OXYDES MÉTALLIQUES PAR L'EFFLUVE ÉLECTRIQUE

par M. A. de Hemptinne.

A la température de l'air liquide, la réduction du bioxyde de plomb ne s'effectue pas ; elle est faible à 140° ; elle croît rapidement avec la température.

La réduction de l'oxyde rouge de mercure est encore très sensible à la température de l'air liquide. Celle de l'oxyde cuivre ne semble déjà plus s'effectuer à — 100°.

RÉFLEXIONS SUR L'ATOME DE BOHR ET L'ÉLECTROMAGNÉTIQUE CLASSIQUE

par M. C. Manneback.

Lors de la réunion de la Société scientifique tenue en octobre dernier, une communication présentée devant la seconde Section (1) a soulevé la question de savoir si la théorie de l'atome de Bohr est bien aussi réellement contraire à l'électrodynamique classique qu'on le suppose généralement.

(1) P. V. Schaffers, *Réflexions sur l'Atome de Bohr et l'Electromagnétique classique*. — ANNALES SOC. SCIENT., 43e année, 1re partie, 1r fasc., p. 105.