O. GILLAIN

LA

SCIENCE ÉGYPTIENNE

L'ARITHMÉTIQUE AU MOYEN EMPIRE

Avec une préface de H. BOSMANS, S. J.

BRUXELLES
ÉDITION DE LA FONDATION ÉGYPTOLOGIQUE
REINE ÉLISABETH
1927

PRÉFACE

La source principale de nos connaissances relatives aux mathématiques égyptiennes est le fameux papyrus acheté jadis en Égypte par l'Anglais Rhind, dont il porte le nom. Il se conserve aujourd'hui au British Museum. Signalé au public, dès 1867, par Lenormant, dans les *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, il fut édité, traduit et commenté par Eisenlohr en 1877. Dans ce travail, le professeur de l'Université d'Heidelberg avait été puissamment aidé par son collègue, Maurice Cantor, l'historien bien connu des mathématiques. Malgré la légitime admiration que la publication d'Eisenlohr suscita dans le monde savant, une entreprise de pareille difficulté ne pouvait être du premier coup parfaite. Aussi, de prime abord, souleva-t-elle de multiples problèmes, qui firent naître de nombreux mémoires, dans lesquels beaucoup d'erreurs de détail furent signalées et corrigées. Il ne faut pas oublier non plus les progrès rapides et constants de nos connaissances de l'Égypte ancienne dans tous les domaines. M. T. Eric Peet a donc cru le moment venu de mettre ces nouvelles ressources en œuvre, et il nous a donné, en 1923, une réédition du papyrus Rhind avec traduction en anglais et commentaire critique; travail d'une solide érudition, publié avec luxe et dans lequel le texte a été suffisamment élucidé pour qu'on puisse le croire à peu près définitivement établi. Tel que M. Éric Peet nous le donne, le papyrus Rhind est désormais un document mis assez à la portée de tout le monde, pour que l'historien des mathématiques puisse s'en servir sans être lui-même égyptologue, ni se mettre en garde contre l'infidélité possible de la traduction.

C'est au point de vue purement mathématique que s'est placé M. O. Gillain dans son étude sur l'*Arithmétique Égyptienne à l'époque du Moyen Empire* qu'il me demande de présenter au lecteur. Je n'ai aucune connaissance de la langue des pharaons, et mes études ne m'avaient guère conduit jusqu'ici à m'occuper un peu sérieusement des mathématiques égyptiennes; aussi pourrait-on peut-être me reprocher d'avoir accepté l'aimable invitation de M. Gillain. Si j'ai eu tort, je m'en excuse, sans grand regret cependant; car j'ai pris tant de plaisir à la lecture de son volume, que je voudrais engager tous ceux qui s'intéressent aux origines de la science mathématique à en prendre connaissance.

I

Les origines de la science mathématique ! Pour éviter les malentendus, plaçons-nous, en en parlant, à un double point de vue : celui de la géométrie et celui de l'arithmétique.

La tradition constante des Grecs était qu'ils devaient la géométrie aux Égyptiens et que ceux-ci l'avaient créée par nécessité, pour obvier aux conséquences des bouleversements causés dans les terres cultivées par les débordements annuels du Nil.

Écoutons d'abord le vieil Hérodote [1].

« Les prêtres me dirent encore que ce même roi (Sésostris) fit le partage des terres, assignant à chaque Égyptien une portion de terrain égale et carrée qu'on tirerait au sort; à la charge néanmoins de lui payer tous les ans une certaine redevance. Si le fleuve enlevait à quelqu'un une partie de sa portion, il allait trouver le roi et lui expliquait ce qui était arrivé. Ce prince envoyait sur les lieux des arpenteurs pour voir de combien l'héritage était diminué, afin de ne faire payer la redevance qu'à proportion du fonds qui restait. Voilà, je crois, l'origine de la géométrie, qui a passé de ce pays en Grèce. »

C'est absolument clair et, de siècle en siècle, sous des formes diverses, la tradition va présenter l'opinion d'Hérodote comme un fait indéniable. Voici, par exemple, en quels termes, septante ans environ avant Jésus-Christ, Diodore de Sicile s'exprimait dans sa *Bibliothèque* [2] :

« Les Égyptiens se vantent d'être les premiers inventeurs des lettres et les premiers observateurs du cours des astres. Ils assurent aussi que la science de la géométrie, ainsi qu'un grand nombre d'autres, ont pris naissance chez eux. »

1. *Histoire d'Hérodote*, traduite du grec par Larcher, t. I, Paris, Charpentier, 1856, pp. 182-183. Liv. II, ch. 109. — *Herodoti Historiarum libri.* Edidit Henr. Rodolph Dietsch. Editio altera. Curavit H. Kallenberg, Vol. I, Lipsiae, Teubner, 1892, p. 181.

2. *Bibliothèque historique de Diodore de Sicile*, traduite du grec, par A.-F. Miot. T. I, Paris, Imprimerie Royale, 1834, Liv. I, ch. 69, pp. 140-141. — *Diodori Bibliotheca historica...* Recognovit Fridericus Vogel, t. I, Lipsiae, Teubner, 1878, p. 118.

Ailleurs, il dit encore [1] :

« Les prêtres enseignent à leurs fils à lire et à écrire deux sortes de caractères : les uns sacrés et les autres ne servant que pour l'usage et les connaissances communes. Ils s'appliquent beaucoup à la géométrie et à l'arithmétique, surtout parce que le fleuve change pour ainsi dire chaque année la figure du pays. Cette altération fait naître, entre les voisins sur les limites des possessions, de nombreux procès qu'il serait difficile de juger rigoureusement, si les géomètres n'avaient les connaissances et l'habileté nécessaires pour remettre sur le chemin de la vérité. L'arithmétique leur sert aussi dans l'économie de la vie privée et dans les spéculations de la géométrie : elle n'est pas moins utile à ceux qui s'adonnent à l'astrologie. S'il est quelque pays où cette dernière science soit cultivée, il n'en est aucun où les observations sur les situations et les mouvements des astres soient faites avec plus d'exactitude que par les prêtres égyptiens qui en conservent des registres que l'on fait remonter à un nombre incroyable d'années. »

En lisant ces lignes, il n'est pas inutile de remarquer que Diodore est postérieur à Euclide et à Apollonius de Perge, je veux dire à la brillante période alexandrine de la mathématique grecque, pendant laquelle la science hellène jeta un si vif éclat sur les bords du Nil.

Passons sans transition à la fin du second siècle de l'ère chrétienne, et, pour terminer ce sujet, transcrivons encore ce court passage de Diogène Laërce dans sa *Vie de Thalès* [2] :

« Pamphile rapporte, dit-il, que Thalès étudia la géométrie chez les Égyptiens et qu'il fut le premier qui découvrit le triangle rectangle dans un demi-cercle, en reconnaissance de quoi il offrit un bœuf en sacrifice. D'autres, du nombre desquels est Apollodore le calculateur, attribuent cela à Pythagore. »

Ces textes sont sans doute un peu moins explicites en ce qui concerne l'arithmétique que relativement à la géométrie. Aussi, de nos jours, quelques historiens, d'ailleurs estimables, ont-ils cru pouvoir en conclure que, si les Grecs attribuaient aux Égyptiens l'origine de la géométrie, il n'en était pas de même de celles de l'arithmétique.

1. *Diodori Bibliotheca historica...*, liv. I, ch. 81. Ed. Miot, t. I, p. 163. Ed. Vogel, t. I, pp. 136-137.

2. *La Vie des philosophes illustres de l'antiquité...* traduite du grec de Diogène Laërce, Paris, Lefèvre et Charpentier, 1840, liv. I, ch. 1. *Vie de Thalès*, p. 10. *Diogenis Laertii, De clarorum philosophorum vitis...* Excussit et recognovit C. Gabr. Cobet, Parisiis, Didot, 1850, p. 6.

Il y a là, je crois, sinon une erreur, du moins un malentendu. Car, si nous distinguons dans ce mot un peu élastique d'arithmétique la théorie des nombres et la pratique du calcul élémentaire, la théorie des nombres faisait chez les Grecs partie de la géométrie. A preuve, les livres 7-10 des *Éléments* d'Euclide [1], qui, pour un mathématicien moderne, sont de l'arithmétique pure.

D'où vient cette divergence entre le point de vue d'Euclide et le nôtre ?

La cause m'en a toujours paru résider principalement en ceci : c'est que chaque lettre de l'alphabet grec avait une valeur numérique précise, toujours la même, et jouait dans les calculs un rôle analogue à celui de nos chiffres. L'esprit clair et rigoureux du peuple hellène, ennemi déclaré de ce langage mathématique conventionnel que nous affectionnons tant, ne pouvait songer à donner un sens général aux lettres comme nous y sommes habitués en algèbre. L'algèbre avait, on le sait, chez eux une forme entièrement géométrique. Mais ce n'est pas le moment d'y insister; j'y reviendrai tantôt. Je voulais simplement indiquer en un mot pourquoi le mathématicien grec considérait la théorie des nombres comme rattachée à la géométrie; au lieu de lettres, il s'y servait de petits segments de droites affectés d'indices.

Quant à l'arithmétique grecque plus proprement dite, il faut avant tout y mettre à part Diophante, dont l'œuvre resplendit comme un météore étincelant, mais passager et fugitif, dans l'histoire de la mathématique grecque. Il semble avoir surgi à l'improviste, sans que rien n'ait fait pressentir son apparition. Diophante est en dehors de notre sujet.

Reste donc, en arithmétique, à nous occuper des origines du calcul élémentaire.

Celles-ci sont, elles aussi, incontestablement égyptiennes. Mais les documents relatifs au calcul purement numérique qui nous ont été conservés n'abondent pas, sans nous faire cependant tout à fait défaut. Ils ne manquent notamment pas dans la compilation des *Œuvres* dites *de Héron*, mais dont plusieurs sont attribuées à tort au géomètre d'Alexandrie. Ces traités, qu'ils soient de Héron lui-même ou d'un autre, peu importe, ont fait, de la part de Paul Tannery, l'objet de deux mémoires critiques étendus, très judicieux

1. *Euclidis Elementa* edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg, Lipsiae, Teubner. Liv. 7-9, t. II, pp. 184 et suiv., 1884; liv. 10, t. III, 1886, en entier.

et très fouillés : *L'arithmétique des Grecs dans Héron d'Alexandrie* [1], et surtout *Questions Héroniennes* [2]. L'éminent éditeur de Diophante nous semble y avoir épuisé le sujet. Voici d'abord quelques conclusions de son premier mémoire [3].

« La forme que Héron emploie pour la rédaction, toute différente de celle des problèmes géométriques euclidiens, est identique avec celle que l'on a retrouvée dans un *Manuel du calculateur égyptien*, — il s'agit du papyrus Rhind, — remontant peut-être jusqu'au XVe siècle avant l'ère chrétienne. Cette identité de forme suppose par la façon de traiter ces problèmes une tradition écrite non interrompue, tradition qui nous semble d'ailleurs établie par l'existence dans les collections héroniennes de solutions antérieures aux déterminations exactes, solutions toutes pareilles à celles du *Manuel* égyptien précité, par exemple, la mesure de la surface d'un triangle isocèle par le produit de la base par la moitié du *ôcté (sic)*. »

Malgré l'érudition dont Tannery faisait preuve, comme toujours, dans ce premier mémoire, il semble en avoir été néanmoins assez peu satisfait. Il reprit donc le sujet dans ses *Questions héroniennes* et le compléta en y faisant dans les *Œuvres de Héron* le relevé de tous les calculs numériques traités à l'égyptienne. La liste en est plus riche qu'on eût pu le croire. Or, voici de nouveau le jugement d'ensemble qui la termine. Il s'agit dans les premières lignes de la décomposition, à la manière égyptienne, des fractions ordinaires en *quantièmes*, c'est-à-dire, en somme de fractions ayant toutes pour numérateur l'unité et pour dénominateur un nombre entier [4].

« Il apparaît par l'ensemble des décompositions héroniennes que l'antique procédé originaire des bords du Nil a été conservé dans la logistique grecque, en subissant, à la vérité, parfois certaines modifications, mais sans recevoir aucun perfectionnement réel, quoiqu'il laissât, comme nous l'avons vu, singulièrement à désirer et sous le rapport théorique et sous le rapport pratique.

» Le système moderne des fractions ordinaires, qui se trouve en fait concurremment employé avec le développement en quantièmes dans la collection des écrits héroniens, fut de bonne heure

1. Paul TANNERY, *Mémoires scientifiques* publiés par J.-L. Heiberg et H.-G. Zeuthen. *Sciences exactes dans l'antiquité*. T. I, Toulouse, Privat; Paris, Gauthier-Villars, 1912, pp. 189-225.
2. *O. c.*, t. II, 1912, pp. 137-178.
3. *O. c.*, t. I, p. 198.
4. *O. c.*, t. II, p. 155.

imaginé par les Grecs, à la suite de leurs spéculations sur les rapports numériques des intervalles musicaux; il semble déjà connu du temps de Platon, et il est employé, dès avant Archimède, par Aristarque de Samos, il est vrai seulement sous forme de rapport de deux nombres.

» Mais le triomphe du nouveau système n'a jamais été définitif pour la pratique du calcul; il est à remarquer notamment que lorsque Ptolémée n'emploie pas la notation sexagésimale, c'est de l'antique procédé qu'il se sert de préférence pour la représentation des fractions. Diophante lui-même semble l'avoir employé autant qu'il lui était possible, alors que cependant la nature des problèmes qu'il traitait le conduisait nécessairement à préférer l'autre système.»

Un peu plus loin Tannery fait en outre cette observation des plus intéressantes [1] : « Nous avons une preuve assurée qu'en plein XIV^e^ siècle, les Grecs de Byzance conservaient encore le procédé égyptien pour la représentation des fractions. Friedlein a, en effet, publié en 1866 la *Géométrie* de Pédiasinos qui est un des derniers travaux rédigés sur le plan des écrits héroniens. Il est très remarquable que le procédé en question pour la représentation des fractions s'y trouve pour ainsi dire exclusivement employé, et que le système des fractions ordinaires n'y a nullement gardé la place qu'il avait déjà prise dans les écrits héroniens. »

Mais en voilà assez, car il faut se borner.

Un problème se pose ici naturellement. Par quelles étapes la mathématique a-t-elle passé, pour partir des idées rudimentaires des Égyptiens et en arriver à ce chef-d'œuvre qui a toujours fait et qui fera toujours l'admiration des géomètres de tous les temps et de tous les pays : les *Éléments* d'Euclide ?

La question tenta jadis Bretschneider, qui lui consacra un volume intitulé *Die Geometrie und die Geometer vor Euklides. Ein historischer Versuch* [2]. J'y distinguerai deux parties. Les quatre derniers chapitres, dans lesquels le professeur de Gotha traite la période qui sépare Thalès et Euclide, sont excellents; on n'y a rien ajouté de bien important. Aussi Cantor n'a-t-il pas hésité à en résumer les principales conclusions dans les trois éditions du premier volume de ses *Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik* [3]. Mais les deux

1. Paul TANNERY, *o. c.*, t. II, pp. 156-157.
2. Leipzig, Teubner, 1870.
3. Leipzig, Teubner; 1^re^ éd. 1880, 2^e^ éd. 1894, 3^e^ éd. 1907. Voir au mot Bretschneider dans le « Register » qui termine le volume.

premiers chapitres sont plus faibles, et pour cause; car l'auteur cherche à y relier Thalès aux Égyptiens. Or, il écrit en 1870. S'il connaît l'existence du papyrus Rhind, il n'a pas pu l'étudier puisque Eisenlohr ne l'édita qu'en 1877. Les deux premiers chapitres de Bretschneider sont donc à reprendre et, disons-le de suite, ils ne l'ont pas encore été d'une manière satisfaisante depuis lui.

C'est à l'élucidation de cette page importante d'histoire, mais jusqu'ici, faute de documentation suffisante, bien obscure et difficile à déchiffrer, qu'un livre tel que celui de M. Gillain peut beaucoup contribuer.

II

Les mathématiciens de l'antiquité raisonnaient très différemment de nous. Je ne veux pas dire qu'ils raisonnaient mal, car ils comptèrent des savants éminents, qui n'eussent pu s'engager sur une route franchement mauvaise sans aussitôt s'en apercevoir. Mais enfin, s'ils voyaient juste, ils voyaient les choses d'un autre point de vue que nous, en se servant d'autres concepts, d'autres symboles, d'autres images; en un mot, en employant des méthodes qui ont peu de choses communes avec les nôtres. Voilà une difficulté contre laquelle se bute journellement l'historien de la mathématique ancienne. S'il parle comme l'auteur qu'il tâche de nous faire connaître, il sera souvent inintelligible; s'il rajeunit trop le style de cet auteur, il n'en donnera plus qu'une simple adaptation, qui fera naître des idées fausses dans l'esprit du lecteur.

Précisons ce dernier point par un exemple.

Les Grecs, dit-on souvent, savaient résoudre les équations du second degré, ce qui est exact. Comme ils ne considéraient jamais que des éléments positifs, ils devaient y distinguer trois cas suivant ce que nous nommons les signes des données, ce qui est encore parfaitement exact [1].

Jusqu'ici pas de difficulté. Mais un géomètre grec eût été étonné, voire peut-être ahuri, si en continuant à écouter notre exposé, il avait entendu ce qui suit, dont l'équivalent se lit cependant chez plus d'un historien.

1. L'un des meilleurs travaux sur la résolution des équations du second degré chez les Grecs est celui de Paul Tannery : *De la solution géométrique des problèmes du 2^e^ degré avant Euclide*, *O. c.*, t. I, pp. 254-280.

« Considérons l'équation

$$x^2 + px = q^2,$$

dans laquelle p et q sont positifs, elle peut s'écrire :

$$x(x + p) = q^2;$$

« Sous cette forme, on voit que le problème revient à trouver un rectangle équivalant à un carré donné q^2, connaissant la différence p des côtés de ce rectangle. Quelle que fût la solution adoptée — et les Grecs en imaginèrent plusieurs — elles revenaient toujours en dernière analyse à devoir mettre en nombre l'inconnue par notre formule :

$$x = \sqrt{\frac{p^2}{4} + q^2} - \frac{p}{2}. \text{ »}$$

Sans doute tout cela est vrai, mais seulement jusqu'à un certain point, car ce n'est qu'une simple adaptation de la solution grecque au langage et à l'écriture moderne; adaptation qui change totalement l'esprit et le procédé de la solution.

D'abord, le mathématicien grec ne dispose d'aucun signe d'opération ni d'aucun symbole algébrique. De plus, pour la raison que j'ai déjà indiquée plus haut, c'est-à-dire, à cause de l'attribution d'une valeur numérique particulière à chacune des lettres de l'alphabet, une formule dans laquelle les lignes d'une figure sont représentées par une lettre unique, le choque et lui est désagréable. Ce n'est pas à ses yeux une formule algébrique générale, mais un simple exemple arithmétique.

Pour faire connaître l'esprit de l'algèbre grecque, il eût fallu exposer la solution précédente à peu près comme suit. Afin d'en faciliter la comparaison avec notre solution, je répéterai cette dernière entre parenthèses au fur et à mesure du raisonnement. Je prie aussi le lecteur de bien vouloir dessiner la figure, qui n'est pas difficile. Un croquis même un peu grossier suffit, mais il me sera tantôt nécessaire pour la clarté de la conclusion.

« Soit donc à construire un rectangle équivalant à un carré donné, connaissant la différence des côtés du rectangle.

[Résoudre l'équation $x(x + p) = q^2$, c'est-à-dire, $x^2 + px = q^2$.]

» Dessinons un triangle rectangle ABC, dont A est le sommet

de l'angle droit. Supposons que le côté CA soit égal à la moitié de la différence donnée des côtés du rectangle, et que le côté BA soit égal au côté du carré donné. La proposition 47 du livre I des *Éléments* d'Euclide[1] — c'est le théorème du carré de l'hypoténuse — nous apprend que la longueur BC de l'hypoténuse est égale à la racine carrée de la somme des carrés des deux côtés CA, BA du triangle.

$$\left[\mathrm{CA} = \tfrac{1}{2}p,\ \mathrm{BA} = q,\ \mathrm{BC} = \sqrt{\tfrac{p^2}{4} + q^2}.\right]$$

» Décrivons maintenant une circonférence du point C comme centre, avec CA comme rayon. Il suit des propositions 16 à 19[2] du livre III des *Éléments*, que cette circonférence touche BA en A.

» Soit D le point où la circonférence coupe l'hypoténuse, E celui où elle coupe le prolongement de cette hypoténuse. DCE étant un diamètre sera égal à la différence donnée des côtés du rectangle.

» Cela étant, je dis que BD et BE sont les deux côtés cherchés.

» En effet, la proposition 37 du livre III des *Éléments*[3] nous dit que le rectangle de la sécante entière BE, par sa partie extérieure BD, vaut le carré de la tangente BA. C'est ce qu'il nous fallait faire. »

$$[\mathrm{BD} = x,\ \mathrm{BE} = x + p,\ (xx + p) = q^2.]$$

Mais, quand il utilise cette solution pour les mises en nombres, le mathématicien grec *voit* sur la figure que le petit côté BD du rectangle est égal à l'hypoténuse, moins le rayon du cercle. Et comme les données sont les côtés CA, BA de l'angle droit et que le théorème du carré de l'hypoténuse lui est familier, il *voit* donc sur la figure toute la suite des calculs qu'il doit effectuer. Ce sont identiquement ceux que nous impose aujourd'hui la formule :

$$x = \sqrt{\frac{p^2}{4} + q^2} - \frac{p}{2}.$$

Or, pour bien saisir en quoi la mentalité grecque différait de la nôtre, voici ce qui est important et ce sur quoi, au risque de me

1. *Ed. Heiberg*, t. I, 1883, pp. 110-115.
2. *Id.*, t. I, pp. 208-219.
3. *Id.*, t. I, pp. 264-269.

répéter, je veux appeler l'attention : c'est que le mathématicien grec *voyait* et *lisait* sur une figure géométrique la règle à suivre pour la mise en nombres d'un problème, comme nous la *voyons* et la *lisons* dans une expression algébrique. J'irai jusqu'à dire que, du moins dans plusieurs cas, c'est une pure question d'habitude prise qui nous fait préférer la méthode algébrique actuelle à la méthode géométrique d'autrefois. Quelques essais, faits par curiosité en passant, m'en ont rapidement convaincu. L'histoire est d'ailleurs là pour nous apprendre que ce n'est pas en un jour, mais petit à petit et bien lentement, que les algébristes ont perdu l'habitude de justifier leurs formules par des démonstrations géométriques dont les figures parlaient à leur imagination en leur rappelant les opérations à effectuer. C'est, par exemple, par des raisonnements géométriques inspirés par les méthodes grecques, qu'un des créateurs de l'algèbre, Descartes, pour ne nommer que lui, établit, dans sa célèbre *Géométrie*, les formules algébriques de la résolution des équations du second degré [1].

Ce que je viens de tâcher d'expliquer avec quelques développements sur un cas particulier, pourrait se répéter d'une manière analogue à propos de tous les problèmes de l'algèbre géométrique hellène. Les calculs numériques auxquels cette algèbre conduit sont identiques aux nôtres, mais quelle différence dans la manière d'en découvrir les règles et de les retenir !

J'en reviens à mon point de départ. Comment traduire les mathématiciens de l'antiquité, sans leur attribuer, presque constamment dirais-je, des idées modernes qu'ils n'eurent jamais ?

A cette question, je ne vois qu'une réponse satisfaisante. Suivre littéralement le texte original, sauf, si la version en devient obscure (ce qui arrivera souvent), à multiplier dans les notes du bas des pages les éclaircissements et les adaptations en notations modernes. C'est la méthode que vient d'adopter avec succès M. Paul Ver Eecke dans ses traductions d'Archimède, d'Apollonius, de Diophante et de Théodose [2]. Les Œuvres de Diophante, notamment, me paraissent être un modèle du genre.

1. *Œuvres de Descartes publiées par Charles Adam et Paul Tannery sous les auspices du Ministère de l'Instruction publique*, t. VI. *Discours de la Méthode*, Paris, Cerf, 1902 ; pp. 374-376.

2. *Œuvres complètes d'Archimède*, traduites du grec en français, avec une Introduction et des notes. Paris et Bruxelles, Desclée De Brouwer, 1912.

Les Coniques d'Apollonius de Perge. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une Introduction et des notes. Bruges, Desclée De Brouwer, 1924.

Diophante d'Alexandrie. Les six livres arithmétiques et le livre des nombres polygones. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une Introduction et des notes. Bruges, Desclée De Brouwer, 1926.

Les Sphériques de Théodore de Tripoli. Œuvres traduites pour la première fois du grec en français, avec une Introduction et des notes. Bruges, Desclée De Brouwer, 1927.

Mais, malgré l'éloge que j'en fais, la méthode est-elle applicable à l'arithmétique égyptienne ?

Évidemment oui, car c'est au fond la méthode d'Eisenlohr et de M. Eric Peet dans leur traduction du papyrus Rhind. Seulement, pour la plupart des lecteurs, elle n'a pas la même utilité. Tout géomètre suit sans peine l'établissement d'une formule algébrique étayée sur une figure géométrique. Mais il faut des connaissances assez sérieuses en égyptologie pour manier avec un peu d'aisance les symboles de la numération écrite égyptienne. Aussi ne saurais-je reprocher à M. Gillain de ne pas les avoir multipliés dans son volume.

Cependant plus d'une particularité du calcul des Égyptiens leur a été imposée, je le crois, par les embarras que leur causait l'encombrement excessif de leur écriture arithmétique ; encombrement dont un calcul équivalent, même suivi pas à pas, en chiffres arabes, ne donne guère l'idée.

Mais encore une fois, dès qu'on a accordé à M. Gillain, comme nous le faisons volontiers ici, qu'il se servira de nos chiffres, il faut bien reconnaître aussi qu'il cherche, tout en les employant, à nous faire pénétrer dans la pensée égyptienne le plus fidèlement possible. Avec les documents que nous possédons, il eût été difficile de faire mieux.

Je dis intentionnellement avec les documents que nous possédons, car, malgré le titre de *Manuel du calculateur* que l'on a donné à tort au papyrus Rhind, nous ne possédons aucun vrai *Manuel* d'arithmétique égyptienne, mais seulement quelques recueils d'exercices à l'aide desquels on cherche à reconstituer les règles du calcul en usage chez les sujets des pharaons. Le jour où on découvrira un *Manuel* de calcul dans le sens propre du mot, bien des problèmes encore obscurs seront probablement éclaircis ; et peut-être en particulier celui-ci qui, malgré le bel exposé de M. Gillain, me laisse quelque doute : Les Égyptiens eurent-ils une idée vraiment claire d'une autre opération arithmétique que de l'addition, ou tout au plus de l'addition et de la soustraction ? Conçurent-ils jamais la multiplication et la division, comme des opérations fondamentales distinctes des deux premières ?

Ce qui me fait poser la question, ce ne sont pas les seuls documents égyptiens, mais surtout les traités d'algorithme du moyen âge[1], qui ont six opérations fondamentales : l'addition, la soustraction, la multiplication, la division, la duplication et la dimidiation.

La multiplication et la duplication étaient alors regardées comme deux opérations radicalement distinctes, et la raison n'en est pas difficile à découvrir.

Car d'une part l'arithmétique était au moyen âge un cours d'université; et ce n'était qu'à l'université qu'on apprenait la table de Pythagore sur laquelle repose notre règle de la multiplication. Or, les étudiants étaient parfois si peu maîtres de cette table que, pour éviter les erreurs, il arrivait qu'on les engageât à remplacer les multiplications par 9, 8, 7 et 6, respectivement par 10-1, 10-2, 10-3 et 10-4.

Mais il fallait cependant se tirer d'affaire dans les calculs quotidiens de la vie courante, et ici intervient la duplication, dont les règles, qui rappellent celles des méthodes égyptiennes, pouvaient à la rigueur s'appliquer sans effort de mémoire par un calcul sur les doigts. En remarquant que tout nombre pair était une somme de puissances de 2, tout nombre impair une somme de puissances de 2 augmentée de l'unité, on avait le moyen de multiplier en pratique par un nombre quelconque à l'aide d'une série d'additions successives de deux nombres, qui pouvaient s'exécuter sur les doigts, quand on ne connaissait pas même la multiplication par 2. C'était long, mais assez sûr. Toutefois le procédé s'écartait à ce point de la règle générale de la multiplication, qu'il valait la peine d'en faire l'objet d'une règle particulière.

Un *Manuel* de calcul égyptien, si quelque jour on en découvre, contiendra-t-il autre chose que des applications variées de la règle de duplication ?

H. Bosmans, S. J.

Bruxelles, Collège Saint-Michel, octobre 1927.

1. Il serait aisé d'en donner ici une longue liste. Mais je renverrai le lecteur qui se contenterait d'une connaissance sommaire de ce genre d'opuscules, à la collection publiée par Halliwell, en 1841, sous le titre de *Rara Mathematica*, London, Samuel Maynard and Earl's Court.

INTRODUCTION

Grace aux merveilles toujours nouvelles qui surgissent en foule du sol inépuisable de la vieille Égypte, l'incomparable éclat de la civilisation pharaonique a cessé d'être une hypothèse. Les preuves abondent d'un développement commercial, industriel et artistique inouï; et l'on ne peut songer sans stupeur au degré d'intelligence qu'il implique chez un peuple apparemment si ancien si l'on oublie que cette ancienneté, toute relative, est une fraction bien minime de l'âge de l'humanité. Petit à petit ressuscitent les témoignages d'une culture homogène embrassant toutes les branches du savoir; et l'on comprend qu'une pareille harmonie ait pu durer des millénaires.

Dans le brillant catalogue qu'enrichit chaque pelletée de sable, une place, pourtant, demeure étrangement vide : celle de la science mathématique. De cette discipline spéciale de la pensée, on ne sait rien ou que peu de chose. De loin en loin apparaît quelque misérable document si analogue aux autres que le mystère, au lieu de s'éclaircir, risque de s'aggraver de l'une ou l'autre obscurité nouvelle. Il y a peu d'années, du reste, que les premiers papyrus traitant spécialement de l'art du calcul ont été découverts, et les égyptologues, en règle générale, ne s'y sont intéressés que du point de vue philologique. Les études d'ensemble font presque complètement défaut.

C'est là, cependant, et rien que là, que se trouve la vérité. Tant que l'on n'a pas été en possession de témoignages authentiques, il a bien fallu s'en rapporter à la tradition transmise par les Grecs; mais il n'est plus permis, aujourd'hui, de donner, à des récits plus ou moins sincères, si respectables soient-ils, le pas sur des renseignements venant en droite ligne de la source.

Ce n'est pas à dire, évidemment, qu'il faille désormais considérer comme non avenus les jugements portés sur l'Égypte par des historiens et des philosophes dont plusieurs ont connu de très près le peuple des Pharaons. Néanmoins, le dernier mot doit