

L'équation du plan $A_1B_1C_1$ est :

$$(2) \quad |x_1 \quad \alpha_1 + \lambda\alpha'_1 \quad \beta_1 + \mu\beta'_1 \quad \gamma_1 + \nu\gamma'_1| = 0.$$

Le déterminant (2) peut se décomposer en huit autres, ce qui nous conduit à adopter les notations suivantes :

$$\begin{aligned} |x_1 \quad \alpha_1 \quad \beta_1 \quad \gamma_1| &= K, & |x_1 \quad \alpha'_1 \quad \beta'_1 \quad \gamma'_1| &= K', \\ |x_1 \quad \alpha_1 \quad \beta'_1 \quad \gamma'_1| &= L, & |x_1 \quad \alpha'_1 \quad \beta_1 \quad \gamma_1| &= L', \\ |x_1 \quad \alpha'_1 \quad \beta_1 \quad \gamma_1| &= M, & |x_1 \quad \alpha_1 \quad \beta'_1 \quad \gamma'_1| &= M', \\ |x_1 \quad \alpha'_1 \quad \beta'_1 \quad \gamma_1| &= N, & |x_1 \quad \alpha_1 \quad \beta_1 \quad \gamma'_1| &= N'. \end{aligned}$$

A cause des identités (1) on a $K = 0$, $K' = 0$, et l'équation (2) se réduit à

$$(3) \quad \mu\nu L + \nu\lambda M + \lambda\mu N + \lambda L' + \mu M' + \nu N' = 0.$$

On en déduit les équations des plans $A_1B_2C_3$, $B_1C_2A_2$, $C_1A_2B_2$ en remplaçant respectivement μ et ν par $-\mu$ et $-\nu$, ν et λ par $-\nu$ et $-\lambda$, λ et μ par $-\lambda$ et $-\mu$, ce qui donne :

$$(4) \quad \mu\nu L - \nu\lambda M - \lambda\mu N + \lambda L' - \mu M' - \nu N' = 0,$$

$$(5) \quad -\mu\nu L + \nu\lambda M - \lambda\mu N - \lambda L' + \mu M' - \nu N' = 0,$$

$$(6) \quad -\mu\nu L - \nu\lambda M + \lambda\mu N - \lambda L' - \mu M' + \nu N' = 0.$$

En additionnant les équations (3), (4), (5) et (6) on obtient $0=0$; donc les quatre plans $A_1B_1C_1$, $A_1B_2C_2$, $B_1C_2A_2$, $C_1A_2B_2$ passent par un même point D_1 .

On voit immédiatement que ce point satisfait aux équations suivantes qui sont distinctes :

$$(7) \quad \mu\nu L + \lambda L' = 0, \quad \nu\lambda M + \mu M' = 0, \quad \lambda\mu N + \nu N' = 0.$$

Par analogie, les quatre plans $A_2B_2C_2$, $A_2B_1C_1$, $B_2C_1A_1$, $C_2A_1B_1$ passent par un même point D_2 qui vérifie les équations :

$$(8) \quad \mu\nu L - \lambda L' = 0, \quad \nu\lambda M - \mu M' = 0, \quad \lambda\mu N - \nu N' = 0.$$

La composition des déterminants L et L' indique immédiatement que les équations $L = 0$, $L' = 0$ représentent les plans Au' , $A'u$; de plus, on voit que les plans $\mu\nu L - \lambda L' = 0$, $\mu\nu L - \lambda L'$ qui passent par les points D_1 , D_2 sont conjugués harmoniques par rapport aux plans Au' , $A'u$. On verrait de même que la droite D_1D_2 est divisée harmoniquement par les plans Bu' , $B'u$ et par les plans Cu' , $C'u$.

Le R. P. Bosmans fait à la Section une communication sur un *exemplaire du Cosmographicus Liber* de Pierre Apian, édition d'Anvers 1533, donné à la Bibliothèque de l'Université de Louvain.

Le volume que j'ai l'honneur de présenter à la première Section de la Société scientifique m'a été obligeamment prêté par la Bibliothèque de l'Université de Louvain, pour me permettre d'étudier un manuscrit du XVI^e siècle qui y est contenu. Après examen, le manuscrit lui-même, que je vous décrirai sommairement tantôt, m'a paru d'un intérêt assez médiocre, mais l'ouvrage imprimé à la suite duquel le manuscrit est relié doit être regardé par l'Université comme un joyau de famille. Ce n'est, en effet, rien moins qu'un exemplaire de l'édition du *Cosmographicus Liber* (1) de Pierre Apian, qui parut à Anvers, en 1533. Or, on sait que c'est en annexe à cette édition dont il s'était chargé, que Gemma Frisius publia, pour la première fois, son célèbre *Libellus*

(1) Coté 3 A 563. L'« Ex libris » de l'Université rappelle que le volume est un don de M. van Rhijn de la Haye.

Titre complet de l'ouvrage imprimé : *Cosmographicus Liber Petri Apiani, Mathematici, iam denuo integritati restitutus per Gemmam Phrysiam.*

Item eiusdem Gemmae Phrysii Libellus de Locorum describendorum ratione, et de eorum distantis inveniendis nunquam ante hac visus.

(En dessous, une grande vignette représentant un globe terrestre sur pied.)
Vaeneunt in pingui Gallina per Arnoldum Birckman.

Colophon : *Ioan. Grappeus typis cudebat Antuerpiae, Anno M. D. XXXIII. mense Febr.*

Certains exemplaires ont pour adresse d'imprimeur au titre : *Vaeneu(n)t Antuerpiae sub scuto Basilic(n)si per Georgiu(m) Bontiu(m)*. La Bibliothèque Royale de Belgique possède un exemplaire de chacune des deux variantes de l'édition. Cotés, V. B. 7559^e, éd. Birckmann; V. II. 29680, éd. De Boute.

L'ouvrage avait été décrit une première fois déjà, avec grand soin, dans la *Bibliographie de l'Œuvre de Pierre Apian*, publiée en mars-octobre 1901 dans le BIBLIOGRAPHE MODERNE, Besançon, Paul Jacquin, par F. Van Ortroÿ (pp. 119-121, ou 31-33 du tiré à part). Depuis lors, le professeur de l'Université de Gand a repris sa description, en la complétant par de nouveaux détails, qui y ajoutent beaucoup de renseignements utiles, dans sa *Bio-bibliographie de Gemma Frisius, fondateur de l'École belge de Géographie*. Bruxelles, Hayez, 1920. Extrait des MÉMOIRES PUBLIÉS PAR L'ACADÉMIE ROYALE DE BELGIQUE, Classe des Lettres et des Sciences morales et politiques, Collection in-8^o, 2^e série, t. XI (pp. 167-170). C'est un travail achevé qui, joint au précédent, ne laisse rien à souhaiter.

de *Locorum describendorum ratione*. Voici en quels termes élogieux Philippe Gilbert jugea autrefois cet opusculé. Je ne dois pas rappeler l'autorité de Gilbert en tout ce qui concerne l'histoire de ses prédécesseurs dans la chaire de mathématiques de l'Université.

« Gemma Frisius, dit-il, n'avait que vingt-cinq ans lorsqu'il mit au jour un opusculé intitulé : *Libellus de Locorum describendorum ratione*... On trouve dans cet ouvrage des principes très nets, absolument conformes à ceux de la topographie moderne, sur l'art de dresser la carte d'un pays d'étendue modérée.

» L'auteur suppose que l'on se rende sur un point élevé tel que la cathédrale d'Anvers ; que là à l'aide d'un instrument, dont il donne la description, on mesure les angles que forment avec la méridienne du lieu les directions des villes accessibles à la vue, Bruxelles, Louvain, Malines, Lierre, etc. Qu'ensuite on se transporte à Bruxelles sur une tour élancée, et qu'on y fasse la même opération pour les droites visant les mêmes points que de la première station. Cela fait, on prendra sur une feuille de papier deux points représentant Anvers et Bruxelles, leur distance étant reproduite à une échelle convenue. On tracera les méridiens de ces deux points et l'on y reportera les angles de direction des villes de Louvain, Lierre, etc. On aura de cette manière deux droites, l'une partant d'Anvers, l'autre de Bruxelles, toutes deux passant par Louvain, et dont l'intersection donnera sur le papier la position de cette ville. Il en sera de même pour Malines et les autres points dont on aura mesuré les angles de direction. Une figure éclaircit considérablement les explications que je viens de résumer. De plus, fait remarquer Frisius, lorsque les villes et les points importants auront été ainsi reportés sur la carte, leurs distances respectives se déduiront par une simple proportion, de la distance entre Anvers et Bruxelles. »

La loi des sinus de la trigonométrie plane, encore en usage aujourd'hui pour résoudre ce problème. était, en effet, connue depuis longtemps (2). Je dirai aussi, en passant, que le moyen de

(1) *Les sciences exactes dans l'ancienne Université de Louvain*. REV. DES QUEST. SCIENT., t. XVI, 1884, pp. 440 et 441.

(2) Notamment depuis Regiomontan. Voir : von Braunmühl, *Vorlesungen ueber Geschichte der Trigonometrie*, t. I, Leipzig, Teubner, 1900 ; tab. des Mat. au mot : Sinussatz, ebener.

tracer une méridienne indiqué par Gemma Frisius est l'emploi du compas, c'est-à-dire, de la boussole.

En reproduisant ce passage de Gilbert dans la *Bio-bibliographie de Gemma Frisius*, M. Van Ortroï observe très justement, que le professeur de l'Université de Louvain décrit la méthode de son prédécesseur avec une fidélité si grande que « c'est presque une traduction » (1). De plus, M. Van Ortroï a l'idée heureuse d'ajouter à l'extrait de Gilbert la figure à laquelle celui-ci fait allusion (2). Nous y remarquons les triangles Anvers-Bruxelles-Middelbourg, Anvers-Bruxelles-Gand, Anvers-Bruxelles-Malines, Anvers-Bruxelles-Lierre, Anvers-Bruxelles-Louvain, Anvers-Bruxelles-Bergen-op-Zoom. Cette figure est d'ailleurs purement schématique, et l'auteur du *Libellus* prend soin de nous le dire lui-même, car, remarque-t-il, Louvain n'est pas visible de Bruxelles (3).

L'intérêt de l'édition de 1533 provient surtout de l'importance documentaire que lui donne cette date. Et à ce propos, il n'est pas inutile de transcrire quelques lignes de la *Geschichte der Astronomie* de R. Wolf traduites par Gilbert dans une note du bas de la page (4).

« Il est à remarquer, dit Wolf, que déjà Gemma Frisius dans son *Libellus de Locorum* etc., paru à Anvers, en 1533 (donc avant Münster dans la *Cosmographie* duquel j'avais cru trouver la première indication d'une triangulation) a proposé une opération semblable et même dans de meilleurs termes. »

En résumé, l'idée de couvrir un pays par un réseau de grands triangles pour lever la carte de la contrée est l'un des beaux titres de gloire de Gemma Frisius, et il faut féliciter l'Université de Louvain d'être rentrée en possession d'un exemplaire du volume dans lequel son illustre professeur émit pour la première fois cette conception géniale. Il faut l'en féliciter d'autant plus que l'édition d'Anvers 1533 du *De Locorum describendorum ratione*

(1) P. 59.

(2) P. 60.

(3) *Libellus de Locorum* etc. Cap. I. Dans l'édition de 1533, f° LIX r°.

(4) P. 411. Le passage traduit se trouve dans la *Geschichte der Astronomie* von Rudolf Wolf. München, Druck und Verlag von R. Oldenbourg, 1877, p. 377 et 378.

est devenue rare. Van Hulthem en possédait jadis un exemplaire qui appartient aujourd'hui à la Bibliothèque Royale de Belgique. Fidèle à son habitude d'annoter les pages de garde et les couvertures de ses livres, qu'il a enrichis ainsi de si précieuses notes bibliographiques, le savant érudit écrivit de sa main, il y a près d'un siècle, sur le revers du plat antérieur de la reliure de cet exemplaire, la remarque suivante :

« Haec prima editio est Gemmae Phrysii Libelli de Locorum in cartis planis describendorum per angulos ratione, raro obvia et sua inventione plurimum aestimanda ».

Un mot, pour terminer, relatif au manuscrit relié à la suite du *Cosmographicus Liber*.

Ce manuscrit n'est pas folioté. Il a été écrit au moins par trois mains différentes, et, comme je l'ai dit, ne semble pas présenter un intérêt très considérable. La première partie cause même quelque déception, car le titre promettait mieux : « Sequuntur annotationes in totam mathematicam, et primo in geometriam a d(omi)no ill(ustrissimo) Oswaldo Schreckenfussio quam diligentissime perlectam ».

Erasme Oswald Schreckenfuchs naquit, en 1511, à Merckenstein en Autriche, et mourut, en 1579, à Fribourg en Brisgau. On sait peu de chose de sa vie, mais les ouvrages qu'il nous a laissés, nous apprennent qu'il était hébraïsant et astronome distingué. Le manuscrit que nous avons sous les yeux n'est qu'un cahier d'étudiant, couvert de ratures et qui ne nous apprend rien de saillant sur le cours du professeur⁽¹⁾.

Le manuscrit qui lui fait suite, et qui est d'une main, ou peut-être même de plusieurs mains, en tous cas très différentes de la première, est beaucoup mieux soigné que le précédent. Il renferme quelques vignettes assez gracieuses. Malheureusement le sujet traité ne pique plus la curiosité de personne : « Astrolo-

(1) Voir sur Schreckenfuchs : Cantor, *Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik*, 2^e éd. t. II, Leipzig, Teubner, 1900, pp. 413-415 ; Kaestner, *Geschichte der Mathematik*, t. II, Göttingen, Rosenbusch, 1797, pp. 495-497 ; *Allgemeine Deutsche Biographie*, t. XXXII, Leipzig, 1891, pp. 467 et 468. La notice est signée : Günther.

giam non esse explodendam ob multitudinem insectatorum, et quousque sese extendat in humanis actionibus ».

Enfin, un manuscrit d'une nouvelle main, dont il ne reste plus que les deux premiers feuillets et dont les feuillets suivants ont été arrachés, a pour titre : « Annotata in phijsicam ».

M. Simonart fait une communication *sur une transformation homographique*.

M. de la Vallée Poussin présente quelques considérations *sur les fonctions semi-analytiques et l'ordre d'approximation qui les caractérise*.

Deuxième Section

M. E. Lenoble présente un mémoire sur *un nouveau procédé de fabrication de la céruse, en écailles dures* (brevet belge, n° 282.879).

En voici les conclusions :

La céruse *en écailles dures* prend naissance lorsqu'on fait agir, à la température de 30°-31°, un mélange d'air et d'anhydride carbonique imprégné d'acide acétique, sur du plomb placé dans une atmosphère humide.

Pendant les 24 premières heures, je faisais passer de l'air seul, pour amorcer l'attaque du plomb, puis j'amenais régulièrement un mélange d'air et d'anhydride carbonique tel qu'à la sortie des appareils, le gaz contient encore 20 % de CO².

Dans ces conditions, il se forme toujours des écailles dures et le rendement est augmenté ; il peut être facilement doublé.

La Section vote l'impression de ce travail dans la seconde partie des ANNALES⁽¹⁾.

M. A. Biot expose à la Section une *Note sur le réglage des goniomètres*.

1. Les goniomètres, dont le plus simple et le premier en date est celui de Babinet, comprennent généralement, montés sur un

(1) Cfr. 2^e partie, pp. 135 et suiv.