Bibl Roll 1906
Microfiche BNF V-20151
MPH A.692.2(2)
SBA G.4825 (C2-537e)

Le „De arte magna" de Guillaume Gosselin.

Par H. Bosmans à Bruxelles.

I.

L'ouvrage qui fait l'objet de cette notice est un mince volume de format in 8⁰ de moins de 200 pages,[1]) intitulé:

Gvlielmi ‖ Gosselini Cadomen- ‖ sis Bellocasii de arte ‖ magna, seu de occulta parte nume- ‖ rorum, quae & Algebra, & Almuca- ‖ bala vulgo dicitur; ‖ libri qvatvor. ‖ *In quibus explicantur aequationes Diophanti, Regu- ‖ lae Quantitatis simplicis, & Quantitatis surdae.* ‖ Ad Reuerendissimum in Christo Patrem Reginaldvm Bealnaevm, ‖ Mandensem Episcopum, Illustrissimi ‖ Ducis Alenconij Cancellarium, Comi- ‖ tem Geuodanum, atque in sanctiori & ‖ interiori consilio Consiliarium. ‖ [Marque d'imprimeur de Gilles Beys. Une branche de lys, avec, en exergue, la devise:] Superis casta placent. ‖ Parisiis ‖ Apud Aegidium Beys, via Iacobaea, ‖ ad Insigne Lilij albi. ‖ M.D.LXXVII. ‖[2])

Guillaume Gosselin n'a guère laissé de souvenir. Il naquit à Caen, on ne sait au juste en quelle année, et on ne connaît pas davantage la date de sa mort.[3]) En 1577, lors de la publication de son *De arte magna*, il semble avoir été encore assez jeune. C'est ce qu'on peut conclure de l'en tête de la pièce de distiques latins qui, suivant l'usage, fait suite à la préface: „Ad Gul. Gosselinum Campodomensem Iuvenem Matheseos studiosissimvm".

L'année suivante, en 1578, Gosselin publia chez Gilles Beys, à Paris, une traduction française de l'*Arithmétique* de Tartaglia,[4]) que Kästner

1) Exactement: 86 feuillets paginés au recto seulement, précédés de 8 feuillets non paginés.

2) D'après Nesselmann, ce serait la dernière fois que le mot „Almucabala" paraîtrait en tête d'un volume pour désigner l'algèbre (*Die Algebra der Griechen*, Berlin 1842, p. 53).

3) *Les Origines de la ville de Caen. Revuës, corrigées & augmentées* [par P. D. Huet évêque d'Avranche]. Seconde édition. Rouen M.DCC.VI., p. 350—351. (4) F⁰ (a₇) v⁰.

4) *L'Arithmetique de N. Tartaglia . . . recueillie et traduite d'Italien en François par G. Gosselin, avec toutes les demonstrations mathematiques et plusieurs inventions dudit Gosselin*, Paris, Gilles Beys, 1578. D'après le *British Museum Catalogue of printed Books.*

a sommairement analysée.[1]) Cette *Arithmétique* eut une réédition, à Paris, chez Adrian Périer, en 1613.[2])

La Croix du Maine,[3]) Bayle[4]) et beaucoup d'autres, signalent une édition de l'Arithmétique de Tartaglia par Gosselin, qui aurait paru à Anvers, en 1578, chez Christophe Plantin. Enoncé en ces termes, le renseignement est erroné et doit provenir d'une équivoque.

Gilles Beys avait épousé Madeleine Plantin, fille de Christophe,[5]) et l'on sait que le grand imprimeur anversois garda toujours un peu la haute main sur les succursales dirigées par ses gendres François Raphelengien à Leyde, et Gilles Beys à Paris. L'édition Plantin d'Anvers n'est probablement pas autre chose que l'édition Gilles Beys de Paris. Quoiqu'il en soit, les *Annales Plantiniennes*[6]) ne la nomment pas, et les richissi-

1) *Geschichte der Mathematik* (Göttingen 1796), I p. 197—200.

2) *L'arithmetique ‖ de Nicolas ‖ Tartaglia Brescian, ‖ grand mathematicien, ‖ et prince des praticiens. ‖ Divisee en deux parties. ‖ La declaration se verra en la page suyvante. ‖ Recueillie et traduite d'Italien en François par ‖ Guillaume Gosselin de Caen. ‖ Avec toutes les démonstrations mathématiques et plu- ‖ sieurs inventions dudit Gosselin, esparses ‖ chacune en son lieu. ‖ Première partie.* ‖ [Marque d'Adrian Périer: Une main sortant des nuages tient un compas. Devise sur une banderolle:] *Labore et Constantia.* ‖ A Paris, ‖ Chez Adrian Périer, ruë sainct Jacques au Compas d'or. ‖ M.DC.XIII.

La seconde partie a le même titre que la première.

L'ouvrage existe à la Bibliothèque Sainte Geneviève à Paris. Il est divisé en deux parties in 8⁰.

La 1re partie comprend 136 feuillets, paginés seulement au recto, plus en tête 8 feuillets non paginés (titre, préface et table) et un feuillet blanc au commencement.

La 2e partie comprend 122 feuillets également paginés au recto, plus en tête 8 feuillets non paginés (titre, courte préface pour la 2e partie et table) et un feuillet blanc à la fin.

Je dois ces renseignements à l'obligeance de M. Lamouroux, bibliothécaire à la Bibliothèque Sainte Geneviève.

La marque d'Adrian Périer est celle de l'imprimerie Plantin. Gilles Beys, gendre de Plantin était mort le 19 avril 1595. Sa veuve Madeleine Plantin se remaria au mois d'août de l'année suivante à Adrian Périer et mourut à Paris le 27 décembre 1599. Périer employa la marque de Plantin jusqu'à sa mort, qui arriva probablement en 1616. Avec lui cessa l'Officine Plantinienne de Paris. Voir: M. Rooses, *Christophe Plantin, imprimeur anversois. 2e édition* (Anvers 1890), p. 373.

3) *Les Bibliothèques Françoises de La Croix du Maine et de du Verdier sieur de Vauprivas. Nouvelle édition* (Paris M.DCC.LXXII), tom. I p. 327—328; tom. IV p. 83.

4) P. Bayle, *Dictionnaire historique et critique.* 3e édit., tom. 2 (Rotterdam M.DCC.XX), p. 1826.

5) Sur Gilles Beys voir: Max Rooses, o. c. aux endroits indiqués à la table alphabétique des noms propres. Entre les pages 220 et 221 il y a de beaux portraits, hors texte, de Gilles Beys et de sa femme Madeleine Plantin.

6) C. Ruelens et A. de Backer, *Annales Plantiniennes. Première partie. Christophe Plantin, 1555—1589* (Bruxelles 1865).

mes archives de Christophe Plantin conservées au Musée Plantin-Moretus à Anvers, n'en ont pas gardé de traces.[1])

L'abbé Goujet[2]) nous a conservé un fragment d'ode en mauvais vers français, dans lequel un ami de Gosselin, Jacques Courtin de Cissé, l'engage à abandonner les mathématiques pour s'adonner à la poésie. Voilà tout ce que j'ai pu découvrir sur notre auteur, c'est à dire, somme toute, fort peu de chose.

Gosselin méritait mieux cependant, car malgré l'oubli dans lequel il est tombé, son *De arte magna* est un ouvrage de valeur. Cantor[3]) ne l'a pas vu, mais Kästner[4]) qui l'a eu en mains dit, avec raison, qu'il est „sehr gut nur kurz".

A diverses reprises j'avais été frappé par ce fait que plusieurs auteurs de la fin du XVIe siècle, Adrien Romain notamment,[5]) parlent de ce petit volume presque à l'égal des algèbres les plus célèbres. J'étais donc, depuis longtemps, désireux de l'étudier, mais le *De arte magna* est devenu assez rare et la bibliothèque royale de Belgique ne le possède pas. On m'en avait cependant signalé plusieurs exemplaires dans les dépots Belges.[6]) La bibliothèque de l'université de Louvain a eu l'obligeance de mettre son exemplaire à ma disposition, à Bruxelles, pendant quelques semaines, et m'a permis ainsi d'approfondir à loisir le travail de Gosselin. Ce sont les conclusions de cette étude que je me propose de communiquer ici.

II.

Le *De arte magna* débute par une dédicace de Gosselin „Reverendissimo in Christo Patri Reginaldo Bealnaeo[7]) Mandensi Episcopo",

1) Je dois ce renseignement à M. Max Rooses, conservateur au Musée Plantin-Moretus, qui a bien voulu faire à ma demande des recherches dans les archives de Christophe Plantin. Je l'en remercie vivement.

2) Goujet, *Bibliothèque françoise ou histoire de la littérature françoise.* Tom. 12 (Paris MDCCXLVIII), p. 302—307.

3) *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik,* 2² (Leipzig 1900), p. 213.

4) O. c. p. 100.

5) Dans l'essai historique sur la résolution des équations, placé en tête de ses *In Mahumedis Algebram Prolegomena*, fragment imprimé d'un ouvrage inachevé, qui appartient à la Bibliothèque de l'Université de Louvain (Scienc. 1302). L'*In Mahumedis Algebram Prolegomena* n'a pas de titre. J'ai présenté récemment une analyse détaillée de cet important et très curieux commentaire d'Adrien Romain à la Société scientifique de Bruxelles, qui en a voté l'impression dans ses Annales, où il paraîtra incessamment.

6) Université de Louvain (Sciences 387); Bibl. des villes d'Anvers et de Tournai.

7) Renaud de Beaune, né à Tours en 1527, fut successivement évêque de Mende (1568—1581), archevêque de Bourges (1581—1602) et archevêque de Sens (1602—1606). Il mourut le 27 septembre 1606. Voir la collection: *Gallia Christiana ... Operâ & studio monachorum congregationis S. Mauri ordinis S. Benedicti.* Tom. I col. 106; tom. 2 col. 99—102; tom. 12 col. 95—97.

suivie d'une pièce de vers latins,[1]) de la table des matières et d'un extrait du privilège en date de Paris le 17 septembre 1577. Puis vient le corps de l'ouvrage divisé en quatre livres.

Le premier livre comprend dix-sept chapitres. Transcrivons en d'abord les titres avec leurs numéros d'ordre, pour en prendre ainsi un coup d'oeil d'ensemble.

1. De quantitate.
2. De ratione numerandi.
3. Quid sit algebra?
4. Quis algebrae fuerit inventor?
5. Quis sit algebrae finis?
6. De numerorum nominibus.
7. De ratione vestigandi lateris cubici nostra. Nous en reparlerons.
8. De proportione in genere.
9. De proportione arithmetica.
10. De proportione geometrica.
11. De componendis rationibus.
12. De rationum deductione.
13. De rationum multiplicatione.
14. De rationum divisione et septem ad hanc problematis. A savoir insérer entre deux nombres donnés, une, deux, trois, quatre ou cinq moyennes proportionnelles continues; trouver deux nombres connaissant leur somme et leur moyenne proportionnelle; trouver une quatrième proportionnelle à trois nombres donnés.
15. De regula simplicis hypothesis, tribus ad hanc problematis et demonstratione nostra.
16. De regula duplicis hypothesis, duobus problematis et demonstratione nostra.
17. Regulae duplicis usus in quantitatibus continuis in quà cubi duplicandi ratio mathematica demonstratur, tribusque ad hanc problematis hucusque desideratis.

Nous aurons à approfondir tout à l'heure ces trois derniers chapitres. Mais pour épuiser immédiatement ce qui concerne les quatorze premiers voici les quelques remarques qu'ils appellent.

Et d'abord aux chapitres 3 et 4, qu'est-ce que l'algèbre?

L'algèbre, dit Gosselin, a pour but de déterminer la valeur des inconnues, ce qui se fait au moyen des équations; „finis hujus scientiae est

1) Signée: Lud. Martellus *Rotomag.*

cognitio quantitatis ignotae quam ut eliciamur, utimur aequatione tanquam medio".[1])

Dans ces équations jamais Gosselin ne représente les quantités connues pas des lettres, se sont toujours des chiffres. Il ne se sert pas non plus des signes + et —, d'un usage déjà courant en Allemagne et qui n'étaient même pas inconnus en France, comme le prouvent notamment les deux éditions de l'Algèbre de Scheubelius publiées, en 1551 et 1552, chez Guillaume Cavellat à Paris.[2]) Au lieu et place de ces signes il emploie les lettres majuscules P et M. Quant aux inconnues, il les désigne par des lettres, chaque puissance ayant sa notation propre. Il définit lui-même les puissances par le tableau suivant:[3])

$$L \cdot 2 \cdot Q \cdot 4 \cdot C \cdot 8 \cdot QQ \cdot 16 \cdot RP \cdot 32 \cdot QC \cdot 64 \cdot RS \cdot 128 \cdot CC \cdot 512.$$

D'après cela l'équation[4])

$$12\,LM\,1\,QP\,48 \text{ aequalia } 144\,M\,24\,LP\,2\,Q$$

se transcrit en écriture moderne:

$$12x - x^2 + 48 = 144 - 24x + 2x^2.$$

Ces notations sont fort claires et on s'y habitue de suite. La clarté est d'ailleurs un des grands mérites de Gosselin. Ses démonstrations sont translucides, on aura l'occasion de s'en convaincre par les extraits que nous en donnerons.

Le chapitre 7 est consacré à l'extraction de la racine cubique des nombres. La méthode, cela va sans dire, repose sur la formule

$$(d+u)^3 = d^3 + 3d^2u + 3du^2 + u^3.$$

1) F° 4 r°.

2) *Algebrae compendiosa facilisque descriptio, qua depromuntur magna arithmetices miracula. Authore Ioanne Scheubelio Mathematicarum professore in academia Tvbingensi.* (Marque d'imprimeur de Cavellat.) Parisiis, Apud Gulielmum Cauellat, in Pingui Gallina, ex aduerso Collegii Cameracensis. 1551. Cvm Privilegio.

Même titre: Parisiis, Apud Gulielmum Cauellat... 1552...

L'ouvrage avait paru deux ans auparavant, à Bâle, sous le titre: *Euclidis Megarensis, philosophi & mathematici excellentissimi, sex libri priores de geometricis principiis, Graece & Latine, una cum demonstrationibus propositionum, absq; literarum notis, ueris ac proprijs, & alijs quibusdam usum earum continentibus, non citra maximum huius artis studiosorum emolumento adiectis. Algebrae porro regvlae, propter nvmerorvm exempla, passim propositionibus adiecta, his libris praemissae sunt, eaedemq; demonstratae. Avthore Ioanne Scheubelio, in inclyta academia Tvbingensi Euclidis professore ordinario.* (Marque d'imprimeur.) Cum gratia & priuilegio Caesario ad quinquennium. Basileae per Ioannem Heruagium.

La bibliothèque royale de Belgique possède les trois éditions, ce qui permet de constater que les deux éditions de Cavellat ne diffèrent que par le millésime du titre.

3) Ch VI, f° 5 r°. RP, RS signifient: *relatum primum, relatum secundum.*

4) Liv. III, ch. VI, f° 65 v°.

L'auteur en expose longuement l'emploi, mais tous ces développements peuvent être sans inconvénient passés ici sous silence et le tableau où se trouve résumé l'opération en fait suffisamment connaître le mécanisme. Il est intéressant de comparer ce tableau à ceux qui ont été publiés sur le même sujet par Treutlein, dans son histoire du calcul au XVIe siècle.[1]) A l'exemple du professeur de Carlsruhe, je transcris en marge, en écriture algébrique moderne, la signification des opérations principales.

Le nombre sur lequel Gosselin opère est 10077696, dont la racine cubique est 216.[2])

	2816	
	10077696	
	2 1 6	
	8 63	$d^3 \mid 3(d+u)$
primum	2	du
opus	1261	$3(d+u)du + u^3$
	638	
	1	
	648	$3(D+U)$
	126	DU
	3888	
	1296	
	648	
secundum	81648	$3(D+U)DU$
	216	U^3
opus	816696	$(3D+U)DU + U^3$

On ne peut cependant passer outre, sans relever dans les explications de Gosselin une faute de plume étrange et qui s'y reproduit jusqu'à deux fois. Elle ne l'empêche pas de calculer, en fait, correctement, preuve évidente que c'est de sa part distraction pure.

L'auteur dit donc, que pour déterminer les chiffres des unités successives de la racine, il faut chaque fois diviser les restes par le triple du nombre déjà déterminé des dizaines de cette racine. C'est le triple du carré du nombre des dizaines de la racine qu'il fallait dire. „Jam sumo triplum summae notarum in latere inventarum, hoc est 21; triplum est 63 . . . . . inquiro quoties 63 in 8166 contineri possunt, at possunt sexies (*sic*)"[3]) $8166 : 63 = 6$ (!). Il suffit de refaire l'opération pour constater que c'est la division de 8166 par $1323 = 3 \times 21^2$ qui donne 6 pour quotient.

1) P. Treutlein, *Das Rechnen im 16. Jahrhundert*; Abhandl. zur Gesch. der Mathem. 1, 1877, p. 71—75.

2) F° 8 v°. — 3) F° 8 r°.

Le chapitre 9 est intitulé: „De Proportione Arithmetica". Sous ce nom Gosselin y traite le problème: Etant donné le côté d'un nombre polygonal, trouver ce nombre. Le très savant Maurice Bressieu, professeur de mathématiques, dit-il,[1]) „vir doctissimus M. Bressius, professor mathematicus,"[2]) a donné la formule suivante. Je la traduis en langage moderne:

Soit n le nombre des angles du polygone,

l la longneur de son côté,

k la valeur du nombre polygone. On a

$$[(n-2)(l-1)+2]\frac{l}{2}=k,$$

la formule est donnée sans démonstration. Gosselin en fait deux applications:

1°, Quel est le nombre triangulaire dont le côté est 6?

R. On a, $n=3$, $l=6$, d'où $k=21$.

2°, Quel est le nombre pentagonal dont le côté est 6?

R. On a, $n=5$, $l=6$, d'où $k=51$.

Plus tard, au chapitre 15 du livre III, l'auteur reviendra sur la formule de Bressieu, pour traiter le problème inverse, en résolvant la formule par rapport à l, quand on connaît k.

Abordons enfin l'examen des trois derniers chapitres du livre I, les plus connus du *De arte magna*. C'est d'eux que Montucla avait gardé le souvenir lorsqu'il dit:[3])

„Pierre Josselin de Cahors[4]) publia, en 1576, un traité d'algèbre intitulé: *De occulta parte numerorum*, etc. J'ai idée d'y avoir vu anciennement des essais assez ingénieux d'application de l'algèbre à la géométrie, entr'autres à l'invention des deux moyennes proportionnelles continues, où il se trompe néanmoins, croyant avoir résolu par une équation du second degré, le problème qu'Apollonius[5]) résolvait au moyen d'une hyperbole".

Ce problème était le suivant:[6])

1) Gosselin aurait pu tirer encore sa formule de *l'Arithmetica integra* (1544) de Stifel qui traîte aussi, comme on sait, de la théorie des nombres polygonaux.

2) F° 11 r°.

3) *Histoire des Mathématiques. Nouvelle édition* 1 (Paris An VII), p. 613.

4) Montucla a ici un défaut de mémoire en attribuant l'ouvrage à Pierre Josselin de Cahors et l'autorité du grand historien a induit beaucoup d'autres en erreur. Cantor, lui même, hésite dans ses *Vorlesungen* et ne sait à qui il faut attribuer le *De arte magna* (2^2, p. 613). J'ai résolu autrefois ce doute ici même, dans les „Kleine Mitteilungen" (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 357).

5) On ignore où Apollonius s'est occupé de cette construction, dont Eutocius parle dans son commentaire sur le second livre d'Archimède *De sphaera et cylindro* (voir Archimedis *Opera*, éd. J. L. Heiberg, III, Lipsiae 1881, p. 76; Apollonii *Opera*, éd. J. L. Heiberg, II, Lipsiae 1893, p. 104). Gosselin avait peut-être tiré la connaissance de cette construction de l'édition des œuvres d'Archimède publiée à Bâle en 1544.

6) Ici Gosselin n'a pas moins de six figures différentes. Je n'ai fait aucune attention aux lettres qui y sont employées, pour m'attacher exclusivement au sens des constructions.

„Etant donné un rectangle $ABCD$, du centre O du rectangle décrire une circonférence qui coupe les côtés AB et AC prolongés, respectivement en deux points E et F, tels que la corde EF passe par le quatrième sommet D du rectangle."

L'erreur de Gosselin provient de ce qu'il appelle quelque part la *Petitio prior.*[1]) On pourrait la résumer en ces termes:[2])

„Si au lieu de l'expression exacte d'un nombre on n'en prend qu'une valeur approchée, les différences accusées sur les résultats des opérations sont proportionnelles aux différences faites sur les hypothèses."

Quant à Gosselin il est confirmé dans sa méprise par les applications qu'il fait de son postulat.

Il l'essaie sur plusieurs problèmes particuliers. Mais il a la main malheureuse, car les problèmes qu'il choisit sont d'une nature telle que le principe énoncé y est vrai, parce que ces problèmes eux-mêmes peuvent se résoudre par la méthode de fausse position. Voyant donc que le principe réussit, Gosselin en conclut, par des considérations embrouillées, qu'il est général. Ces considérations sont d'ailleurs purement arithmétiques et c'est ici que Montucla croyait se rappeler une tentative ingénieuse d'application de l'algèbre à la géométrie. Il est en effet curieux de voir comment Gosselin adapte son postulat au problème actuel.[3])

Du centre O et avec un rayon arbitraire, décrivons une circonférence qui coupe les côtés AB et AC respectivement en E^1 et F^1. Menons la corde E^1F^1 et notons le point G où cette corde coupe la côté BD du rectangle ou son prolongement.

Faisons la même opération avec un rayon différent et notons le point H où la nouvelle corde coupe BD.

La différence accusée sur les résultats est le segment GH que le point D (en fait, intérieur à D et à H, dans les figures de Gosselin) divise dans un rapport donné $\frac{DG}{DH}$.

1) Comparer sur ce sujet le chap. 30 de l'*Ars magna* de Cardano.

2) Voici l'un des passages où l'auteur s'exprime le plus clairement: „Si pro ignota quaestionis alicujus quantitate, duae quaelibet ejusdem generis assumantur, et ex utraque sigillatim quaestionis formula pertractetur, si quid vel supersit demum vel desit, cum nota redundantiae vel defectus ascribatur. Erit, sicut differentia errorum totius operis, ad utrumvis ipsorum errorum, sic differentia hypothesium ad errorem ejus hypothesis cujus erratum operis secundum proportionale est assumptum; quod hypothesis erratum, hypothesi vel additum siquidem hypothesis fuerit minor quam oportuit, vel deductum si major, quaesitam suppeditat quantitatem" (F° 24 v° — 25 r°).

Le même principe est énoncé plus loin, mais sous une autre forme, dans la *Petitio prior* (F° 31 r° et v°).

3) F° 37 r°.

Or les différences faites sur les hypothèses, c'est à dire les différences des rayons, doivent être proportionnelles aux différences des résultats.

Soient donc R et r les rayons employés et x le rayon cherché; on calculera x par la proportion

$$\frac{R-x}{x-r}=\frac{DG}{DH}.$$

III.

Le livre II, divisé en trois chapitres, est consacré au calcul algébrique. Nous en transcrivons de nouveau les titres, mais pour leur intelligence il faut savoir que les *nomina* sont les monômes, dans lesquels, je l'ai dit ci-dessus, seule l'inconnue est représentée par des lettres; les *integra* sont les polynômes rationnels par rapport à l'inconnue; les *particulae*, les expressions renfermant l'inconnue en dénominateur; les *latera*, les radicaux. Ces mots définis, le sens des titres n'offre plus guère de difficultés.

1. De valore nominum sive quantitatum hujus artis.
2. De additione et subductione nominum.
3. De nominum multiplicatione.
4. De nominum divisione.
5. De integrorum additione.
6. De integrorum deductione.
7. De integrorum multiplicatione et demonstratione nostra.
8. De integrorum divisione.
9. De particulis.
10. Quid sit latus et quotuplex.
11. De laterum multiplicatione.
12. De laterum additione.
13. De laterum deductione.
14. De laterum divisione.

La valeur des „nomina" ou noms, dont il est question au Chapitre 1, est la valeur du chiffre du degré de l'inconnue. Exemple: L, Q, C, ont respectivement pour valeur 1, 2, 3.

D'après cela l'addition et la soustraction des noms de valeur différentes est impossible. Il faut se contenter d'indiquer l'opération par les signes P ou M (Chapitre 2).

Pour multiplier deux noms, on ajoute leurs valeurs et on multiplie leurs nombres, c'est à dire leurs coefficients (Chapitre 3). Exemple:[1])

„Placet multiplicare $3Q$ per $4C$; valor Q est 2, valor C 3, quae addita

1) F° 41 v°.

constituunt 5, cujus numeri quantitas est RP;[1]) multiplico 3 in 4, fiunt 12. Multiplicatis itaque $3Q$ in $4C$ exurgunt $12RP$."

Pour diviser les noms on soustrait leurs valeurs et on divise leurs nombres. C'est la conséquence de la règle de la multiplication (Chapitre 4).

Les chapitres 5 à 9 exposent le calcul des polynômes entiers, comme on pourrait le faire encore aujourd'hui dans une algèbre élémentaire. Notons y, par exemple, la précision de la règle des signes de la divison.[2])

Regulae quatuor:

„P in P diviso quotus est P.
M in M quotus est P.
M in P diviso quotus est M.
P in M diviso quotus est M".

La règle des signes de la multiplication est d'ailleurs formulée avec non moins de fermeté.[3])

Quant aux écritures, les calculs se disposent comme suit:

Multiplication (Chapitre 7):[4])

	$4LM6QP7$	$4x-6x^2+7$
	$3QP4LM5$	$3x^2+4x-5$
Producta	$12CM18QQP21Q$	$12x^3-18x^4+21x^2$
	$16QM24CP28L$	$16x^2-24x^3+28x$
	$M20LP30QM35$	$-20x+30x^2-35$
Summa	$67QP8LM12CM18QQM35$	$67x^2+8x-12x^3-18x^4-35$

Division (Chapitre 8):[5])

	$P8Q$	$+8x^2$
	$12CM10QM12L$	$12x^3-10x^2-12x$
Quotus	$P6QP4L$	$+6x^2+4x$
Divisor	$2LM3$	$2x-3$
	$2LM3$	$2x-3$

L'habitude de biffer, au fur et à mesure, les éléments employés est empruntée aux usages de l'arithmétique; nous en avons vu un exemple, ci-dessus, à propos de l'extraction de la racine cubique. Le déplacement du diviseur à chaque nouveau terme était aussi fort usité. On croyait par là, et peut-être avec raison, garantir la sureté de l'opération en écartant les erreurs de distraction.[6])

1) RP, la 5e puissance de l'inconnue d'après le tableau donné ci-dessus.
2) F° 45 v° (coté par erreur 25).
3) F° 45 r°. — 4) F° 45 v°. — 5) F° 47 r°.
6) Voir mon mémoire: *La méthode d'Adrien Romain pour effectuer les calculs des grands nombres;* Annales de la société scientifique de Bruxelles, 28 : 2, 1904, p. 411—429.

Restent les cinq derniers chapitres du livre. Ils ont pour objet le calcul de la valeur arithmétique des radicaux.

Les radicaux sont simples ou composés:[1]) est autem laterum duplex genus simplicium et compositorum. Simplicia sunt ut $L9$, $LC8$, $LL16$, $LC12$, etc. Composita vero ut $LV24PL29$, $LV6PL8$. En d'autres termes: les radicaux simples sont des expressions telles que $\sqrt{9}$, $\sqrt[3]{8}$, $\sqrt[4]{16}$, $\sqrt[3]{12}$ etc., les radicaux composés des expressions telles que $\sqrt{24+\sqrt{9}}$, $\sqrt{6+\sqrt{8}}$. L'algorithme LV se lisait „Latus universale"."

Il faut encore remarquer les radicaux composés[2]) $LVL10PL5$ et $LVCL5PLC10$, c'est à dire: $\sqrt{\sqrt{10}+\sqrt{5}}$, $\sqrt[3]{\sqrt{5}+\sqrt[3]{10}}$.

Un radical composé se nomme aussi „latus ligatum"[3]), racine liée.

Pour multiplier deux radicaux on les réduit au même nom (au même indice), puis on multiplie leurs nombres, c'est à dire les quantités sous le radical (Chapitre 1). Donnons à cette occasion une idée du style de l'auteur. Il s'agit de multiplier $\sqrt[3]{8}$ par $\sqrt{9}$.[4])

„Ut reducantur $LC8$ et $LQ9$ ad idem nomen, multiplicabimus 8, numerum unius lateris secundum nomen alterius, hoc est quadrate, existent 64; tum multiplicabimus 9 numerum alterius secundum nomen alterius, hoc est cubice, fient 729; deinde multiplicabimus valorem, hoc est 2, in valorem cubi, hoc est 3, exurgent 6, cujus valoris quantitas est QC. Dicemus ergo revocatis $LQ9$ et $LC8$ ad idem nomen existere $LQC64$ et $LQC729$ ... His ita constitutis, cum ambo latera constituta fuerint ad idem nomen eundemque valorem, multiplicabimus numerum unius in numerum, alterius et latus producti erit factus numerus ex uno latere in aliud."

Règle analogue pour la division des radicaux (Chapitre 14).

Quant à l'addition et à la soustraction des radicaux, elle n'est possible que si les radicaux son semblables; dans les autres cas il faut se contenter d'indiquer l'opération (Chapitres 12 et 13).

Tout cela est écrit en un style clair, bref, vif et précis, qui fait plaisir à lire, ce dont au surplus l'auteur a conscience. „Reliqua, dit-il au commencement du chapitre 10, en donnant le plan qu'il va suivre,[5]) quae a Stifelio,[6]) Cardano[7]) et Peletario[8]) plura multo proponuntur, missa

1) F° 47 v°. — 2) F° 48 r°. — 3) F° 48 r°. — 4) F° 48 v°—49 r° — 5) F° 47 v°.

6) M. Stifel, *Arithmetica integra.* Norimbergae M.D.XLIIII. L'exemplaire de l'Université de Louvain (Scienc. 244) que j'ai sous les yeux présente un intérêt particulier. Il a appartenu à Gemma Frisius et contient, en marge, de nombreuses notes et réflexions critiques écrites de sa main.

7) Hieronimi Cardani, *Practica arithmetice, & mensurandi singularis.* Mediolani M.D.XXXIX. Réédité dans: Hieronymi Cardani *Opervm Tomvs qvartvs* ... Lvgdvni M.DC.LXIII.

8) Iacobi Peletarii, *De occvlta parte nvmerorvm, qvam Algebram vocant, libri*

faciemus; sunt enim ejusmodi ut usum habeant nullum, obscuritatem singularem."

IV.

Le livre III a pour objet la Théorie des équations, telle que ce mot eût pu être entendu par un algébriste du XVIe siècle. Il est divisé en 13 chapitres aux titres desquels l'auteur ajoute, quand il y a lieu, le nombre des problèmes résolus en exemples, dans chacun d'eux.

1° De aequatione.

2° Quotuplex sit aequatio.

3° De aequatione simplice (du 1^r degré) duobus ad hanc problematis et demonstratione nostra.

4° De aequatione secunda (du 2^d degré) et tribus canonibus cum demonstrationibus nostris et tribus ad hanc problematis.

5° De aequatione ad hanc proportionali et uno ad hanc problemate. Equation bicarrée et autres équations réductibles au second degré.

6° De reductione quadratorum ad unum quadratum. Des équations du 2^d degré dans lesquelles le terme du 2^d degré contient plusieurs carrés, c'est à dire est affecté d'un coefficient. On la ramène à un seul carré en divisant les deux membres par ce coefficient.

7° Quomodo revocantur quantitates ad minorem valorem et uno ad hanc problemate. De l'abaissement du degré des équations.

8° De infinito horum aequationum dignoscendis rationibus. Ecrit contre Nonius.[1])

9° Quomodo in particulis et lateribus fieri debeat aequatio.

10 De aequatione tertia seu cubica.

11 De fictitia Diophanti aequatione et quinque ad hanc problemata.

12 De duplicata Diophanti aequalitate et uno ad hanc problemata.

13 Dati cujuscunque polygoni lateris inquirendi generalis nostra ratio et facilis.

Au chapitre 1, Gosselin définit l'équation en ces termes:[2]) „Aequatio est duarum quantitatum diversi nominis et valoris ad unam aestimationem reductio; ut cum dicimus unum quadratum aequari quatuor lateribus c. à d. $x^2 = 4x$.

Combien y a-t-il d'espèces d'équations (Chapitre 2)?

Quelques géomètres soutiennent, à tort, que le nombre des équations est illimité. Mais si on veut bien faire réfléxion que toute quantité

duo. Parisiis 1560. Dans la préface du livre I, Peletier parle de l'édition française de son algèbre qui a pour titre: *L'algèbre de Iacques Peletier du Mans departie en deus livres.* A Lion, par Ian de Tournes, 1554. Je cite ce dernier titre d'après le *Manuel du libraire et de l'amateur de livres ... par Jacques Charles Brunet,* tom. 4, Paris 1863, col. 47.

1) Nous y reviendrons plus loin. — 2) F° 53 r°.

continue est ligne, surface ou corps, on devra convenir qu'on ne peut raisonnablement admettre que trois espèces d'équations. L'auteur prévoit, semble-t-il, qu'une pareille affirmation ne restera pas sans soulever de protestations. On possédait la solution de l'équation du 4e degré! Aussi, „utut sit", ajoute-t-il,[1]) „nostra haec est sententia quam postea, juvante Deo, demonstrabimus".

Ainsi donc pour Gosselin l'équation du 4e degré est pur jeu de l'esprit n'ayant qu'un sens conventionnel, comme pour nous l'espace à 4 dimensions!

Cette idée ne lui est pas aussi personnelle qu'il veut bien le dire. Il l'avait empruntée à Cardan qui écrit, lui aussi, au Chapitre 1 de son *Artis magnae liber*:[2]) „Cum positio lineam, quadratum superficiem, cubus solidum referat, nae utique stultum fuerit, nos ultra progredi quo natura non licet".

Mais, comme Adrien Romain le fait très bien observer, dans son essai historique sur la résolution des équations,[3]) c'est la théorie des sections angulaires qui devait amener les géomètres à d'autres idées et leur montrer l'utilité pratique des équations de tous les degrés.[4])

Pour résoudre les équations, Gosselin emploie de prime abord de bien jolies méthodes. Impossible de les faire mieux connaître qu'en transcrivant une de ces solutions en entier, celle du problème 2 du chapitre 3, par exemple.[5]) Au surplus cela me permettra d'abréger en évitant les explications; je me contenterai d'ajouter au texte la traduction des formules en notations modernes.

„Duo habent ignotam mihi summam aureorum. Dixit primus secundo, si dederis latus quadratum tuorum aureorum possidebo tres plus quam tu; sed (dixit secundus) dato latus quadratum tuorum, habebo 5 plus quam tu. Quot aureos unusquisque possidebat in loculis?

„Fingamus secundum habuisse $1\,Q$ $\qquad x^2.$

„Det suum L ($= x$) primo, reliquum erit illi $1\,QM1L$ $\qquad x^2 - x.$

„Et quia primus debet habere 3 plus quam secundus, habebit igitur primus $1\,QM1LP3$ $\qquad x^2 - x + 3.$

1) Ffo 53 vo—54 ro. — 2) *Opera*, cité ci-dessus, t. IV, p. 222.

3) Placé en tête de ses *In Mahumedis Algebram prolegomena*.

4) „Sed et aequationes quantitatum, non ad centesimum duntaxat, sed et millesimum gradum et ulterius, sunt in usu humano: saltem in sectionibus angulorum, sive (quod in idem incidit) lateribus polygonorum, cum in iis non centuplicata duntaxat, sed et millecuplicata, et ulterior in infinitum inveniatur ratio." *In Mahumedis Algebram Prolegomena*, p. 12.

5) Fo 56 ro—57 ro. Je dirai ici, une fois pour toutes, que la ponctuation de Gosselin est défectueuse et que je n'en tiens pas compte. Pour faciliter la lecture, j'ai aussi, conformément aux habitudes modernes, multiplié les alineas.

„Reddat jam $1\,L$ ($= x$) secundo quod ab eo accepit, restabunt illi $1\,QM2LP3$ $\qquad x^2 - 2x + 3,$

„et secundus habebit $1\,Q$. $\qquad x^2.$

„Sed et secundus, ex hypothesi, cum primi pecuniae latere habet 5 plus quam primus; det igitur primus suum L secundo, hoc est $LV1\,QM2LP3$ ($= \sqrt{x^2 - 2x + 3}$), habebit secundus $1\,QPLV1\,QM2LP3$

$$x^2 + \sqrt{x^2 - 2x + 3};$$

et restabunt primo $1\,QM2LP3MLV1\,QM2LP3$

$$x^2 - 2x + 3 - \sqrt{x^2 - 2x + 3}.$$

„Verum et secundus cum latere primi debet habere 5 plus quam primus, quare primus minor secundo 5. Addamus igitur 5 primo, existit primus

$$1\,QM2LP8MLV1\,QM2LP3$$

et haec aequabuntur secundo, nimirum

$$1\,QPLV1\,QM2LP3$$

$$x^2 - 2x + 8 - \sqrt{x^2 - 2x + 3} = x^2 + \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

„Et subducto utrinque $1\,Q$ ($= x^2$) restabit

$LV1\,QM2LP3$ aequale $8\,M2LMLV1\,QM2LP3$

$$\sqrt{x^2 - 2x + 3} = 8 - 2x - \sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

„Et addendo LV (= le radical) quod deficit ex altera parte, ex 3 axiomate restabunt

$8\,M2L$ aequalia $2\,LV1\,QM2LP3$

$$8 - 2x = 2\sqrt{x^2 - 2x + 3}$$

„Duplicemus ergo LV, existet

$LV4\,QM8LP12$ aequale $8\,M2L$

$$\sqrt{4x^2 - 8x + 12} = 8 - 2x$$

et quadratis partibus

$4\,QM8LP12$ aequalia $64\,M32LP4\,Q$

$$4x^2 - 8x + 12 = 64 - 32x + 4x^2$$

„Deducamus utrinque $4\,Q$ et 12 ($= 4x^2 + 12$), restabunt

$52\,M32L$ aequalia $M8L$

$$52 - 32x = -8x$$

„Tollamus utrinque $M8L$ ($= -8x$), supererunt

$52\,M24L$ aequalia nihilo

$$52 - 24x = 0$$

„Addamus utrinque $24L$, quae deficiunt in altera parte, existent

52 aequalia $24L$

$$52 = 24x$$

et sic stat aequatio. Partiemur 52 in 24, quotus erit $2\frac{1}{6}$, valor scilicet L ($x = 2^1/_6$). Secundus ergo quem fecimus habuisse $1\,Q$, habuit quadratum

$2\frac{1}{6}$, hoc est $4\frac{25}{36}$ [$x^2 = (2\frac{1}{6})^2 = 4\frac{25}{36}$]. Primus vero $1\,QM2\,LP3$, hoc est $3\frac{13}{36}$, ($x^2 - 2x + 3 = 3\frac{13}{36}$).

Le lecteur aura remarqué ces deux équations:

$52\,M32\,L$ aequalia $M8\,L$, $\quad 52 - 32x = -8x$;

$52\,M24\,L$ aequalia nihilo, $\quad 52 - 24x = 0$.

Cette manière d'écrire, si rare encore au XVIe siècle, mérite l'attention.[1])

Je passe rapidement sur l'équation du second degré, dont la résolution forme l'objet des chapitres 4—8. A l'exemple de ses prédécesseurs, Gosselin ramène l'équation aux trois types,

$$q = x^2 + px \quad , \qquad x^2 = px + q \quad , \qquad px = x^2 + q$$

et pour chacun d'eux il établit les formules classiques. Il n'y a rien de neuf à y relever, si ce n'est, peut-être, qu'à un moment il est assez mal inspiré. Partout ailleurs il professe grand respect pour l'*Algèbre* de Nonius, „in cujus verba juravi", dit-il dans la préface;[2]) mais ici il lui cherche mal à propos querelle.[3])

Quand le terme du second degré est affecté d'un coefficient, Nonius résout l'équation que nous écririons

$$ax^2 + bx = c$$

en lui faisant subir les transformations suivantes:[4])

$$4a^2x^2 + 4abx = 4ac$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 + 4ac$$

$$2x = \frac{\sqrt{b^2 + 4ac} - b}{a}$$

Gosselin ne sait pas faire assez de gorges chaudes sur cette manière d'opérer. Pourquoi d'abord cette multiplication par a? Pourquoi sur-

1) Outre l'exemple cité ci-dessus, on trouve encore chez Gosselin (F° 73 v°)

3 QM 24 L aequalia nihilo, $\quad 3x^2 - 24x = 0$.

Voir, sur ce sujet interessant: G. Eneström: *Über Gleichungen, die auf Null gebracht sind* (Biblioth. Mathem. 3_3, 1902, p. 145).

Cantor, dans sa *réponse à la Question 307* de l'Intermédiaire des mathématiciens 2, 1895, p. 86.

Je rappellerai que Wallis fit un effort énergique pour tâcher de reporter le mérite de cet usage sur Harriot (*J. Wallisii Opera mathematica*, Oxoniae 1693—1699, T. II, p. 139). Le rédacteur des Acta Eruditorum crut le fait assez important pour mériter d'être relevé dans le compte rendu qu'il donna de l'*Algèbre* de Wallis (Année 1686, p. 285).

2) F° aiiij 2°. — 3) C'est l'objet du chapitre VIII, f. 67 r°—68 r°.

4) Je cite d'après Gosselin, car les *Opera* de Nonius (Basileae) que j'ai seuls sous la main ne contiennent pas l'algèbre. L'édition espagnole parut, on le sait, à Anvers, sous le titre: *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria. Compuesto por el Doctor Pedro Nuñez, Cosmographo Mayor del Rey de Portugal.* Anvers, en la casa de la Biuda y Herederos de Juan Stelsio, 1567. D'autres exemplaires ont pour adresse d'imprimeur: En Anvers, en casa de los Herederos d'Arnoldo Birckman, 1567.

tout prendre pour inconnue $2x$? Quelle raison y a-t-il de s'arrêter dans cette voie? Ne pourrait-on pas aussi bien choisir $3x$, ou $4x$, ou $5x$? Là-dessus Gosselin démontre que Nonius aurait pu prendre pour inconnue $3x$ ou $4x$, ce qui ne lui cause naturellement aucune difficulté.

Le chapitre 10 „De aequatione tertia" est très écourté. Gosselin n'y expose pas ce qu'on savait alors de la résolution de l'équation du 3e degré; il se contente de dire que le problème n'a pas encore reçu de solution complète. Il le réétudiera et publiera sous peu le résultat de ses recherches; „nos vero interea pro virili parte problema hoc vestigabimus, dabimusque operam ut brevi cognoscatur".[1])

Les chapitres 11 et 12 ont pour objet des problèmes d'analyse indéterminée d'après Diophante.

La traduction latine de Diophante venait d'être éditée à Bâle, en 1575, par Xylander. Il y avait donc de cela deux ans à peine. Mais il faut avoir eu en mains l'édition de Xylander pour comprendre quelle série d'inextricables énigmes à résoudre, elle imposait à la sagacité des mathématiciens.

Ecoutons à ce sujet, un des plus ingénieux commentateurs de Diophante, Simon Stevin:[2])

„L'exemplaire grec duquel Xylandre l'avoit translaté, dit-il, a esté (par le souvent rescripre comme il semble) si rempli de vices (dont Xylandre s'en complaint souventes fois) que le texte de Diophante ne se pourroit expliquer de mot à mot."

Aussi Stevin arrête sa traduction et son commentaire à la fin du quatrième livre, „laissant le cinquiesme et le sixiesme pour empeschement d'autres occupations plus necessaires".[3]) Mais Albert Girard son continuateur ne croit pas trop à la raison alléguée par le géomètre brugeois. D'après lui,[4]) il „est plus apparent que les grandes difficultés qui se rencontrent aux deux derniers livres de Diophante ont empesché le translateur d'en parachever la version".

Il ne faut donc point s'étonner d'entendre Gosselin nous dire, dans

1) F° 72 v°.

2) *L'Arithmetique*, Leyde CIↃ. IↃ. LXXXV, p. 433—434.

Réédité dans: *Les Oeuvres Mathematiques de Simon Stevin de Bruges. Par Albert Girard.* Leyde, CIↃ. IↃ. CXXXIV, Tom. I, p. 102.

3) *L'Arithmetique*, p. 433; *Les Oeuvres*, Tom. I. p. 102.

4) *L'Arithmetique de Simon Stevin de Bruges, Reueuë, corrigee & augmentee de plusieurs traictez et annotation par Albert Girard Samielois Mathematicien.* A Leide, de l'Imprimerie des Elzeviers. CIↃ. IↃ. CXXV. F° $*_2$. Dans la dédicace d'Albert Girard à Maurice de Nassau. Cette dédicace n'est pas reproduite dans l'édition des *Oeuvres Mathematiques de Simon Stevin, par Albert Girard*, de Leide 1634.

sa préface:[1]) „Cum vero ad Diophantum deveni, aliquantulum me recta circumegit ratio; nihilominus multis laboribus exantlatis, plurima exhausta fuligine, tandem ipsum legi, perlegi et assecutus fui". Plus tard, ajoute-t-il, il publiera un commentaire complet de l'algébriste grec; mais il convient d'attendre que Maurice Bressieu, aît d'abord publié le texte des sept derniers livres, d'après le manuscrit de la Bibliothèque du Roi.[2]) Pour le moment, il se contente de faire connaître l'esprit des méthodes de Diophante, par quelques exemples.

En fait, Gosselin traite seulement les équations et les problèmes suivants:

D'abord, au chapitre 11, trois équations:

1° $6x^2 + 16 = y^2$

2° $6x + 8 = y^2$

3° $6x^2 + 12x + 16 = y^3$.

Puis, toujours dans le même chapitre, cinq problèmes:

1° Trouver trois nombres en progression arithmétique, et tels, qu'en ajoutant 4 à chacun d'eux, on obtienne trois carrés.

2° Trouver trois nombres dont la somme soit un carré; et tels que le premier soit un carré, ainsi que les sommes de ce premier nombre avec chacun des deux autres.

3° Trouver, quatre nombres dont la somme soit un carré; et tels que les différences entre le premier et le second, le second et le troisième, le troisième et le quatrième, soient trois carrés.

4° Trouver trois carrés en progression arithmétique.

5° Trouver trois carrés en progression arithmétique, connaissant le carré du milieu.

Au chapitre 12, Gosselin ne résout qu'un seul problème, qu'il dit très difficile:[3])

Trouver trois carrés en progression arithmétique connaissant la raison.

L'exemple numérique sur lequel Gosselin raisonne est traité correctement, mais il est moins évident qu'il aît aperçu la solution générale de la question. Quoi qu'il en soit, il débute d'une manière fort élégante. La voici en langage moderne:

1) F° aiiij r° et v°. — 2) F° aiiij v° — (av) r°.

3) F° 77 v°. C'est, dit-il, un problème de Diophante qui lui a donné l'idée de la méthode. Ce problème il l'énonce et le résout. On y reconnaît immédiatement le problème 11 du 2e livre des *Arithmétiques*. Voir *Diophanti Opera omnia . . edidit Paulus Tannery*, Lipsiae 1893, p. 96—99.

Soit d la raison donnée. Le problème revient à résoudre les deux équations:

$$x^2 + d = y^2 \qquad (1)$$
$$x^2 + 2d = z^2 \qquad (2)$$

(1) peut s'écrire

$$d = (y + x)(y - x)$$

On décomposera donc d, de toutes les manières possibles, en deux facteurs, $d = uv$, et on posera

$$y + x = u \quad , \quad y - x = v$$

d'où on a, pour chacune des décompositions en facteurs de d:

$$y = \tfrac{1}{2}(u + v) \quad , \quad x = \tfrac{1}{2}(u - v).$$

Jusqu'ici Gosselin est parfaitement clair. Mais maintenant il abrège et semble opérer quelque peu au hasard. Il était bien aisé cependant d'achever la solution comme elle était commencée:

(2) peut s'écrire

$$2d = (z + x)(z - x)$$

On décomposera $2d$ en deux facteurs, de toutes les manières possibles, $2d = u'v'$, puis on posera

$$z + x = u' \quad , \quad z - x = v'$$

d'où

$$z = \tfrac{1}{2}(u' + v') \quad , \quad x = \tfrac{1}{2}(u' - v')$$

Le problème n'est possible que si les deux valeurs de x sont égales, c'est à dire, si

$$u - v = u' - v'$$

A cette condition il n'est, en tous cas, fait aucune allusion.

Gosselin se donne pour raison le nombre 96. Les trois carrés qui répondent à la question sont alors 4, 100, 196.

Le chapitre 13 a pour but de trouver le côté d'un nombre polygonal donné. Le sujet n'y est pas traité avec toute la généralité que semble promettre le titre: „vestigare cujuscunque polygoni lateris generalis nostra ratio et facilis". Au point de vue théorique l'auteur se contente de renvoyer à la formule de Maurice Bressieu qu'il a donnée au chapitre 9 du livre I. Il l'applique à deux problèmes.[1])

1° Trouver le côté du nombre triangulaire 21?

Il suffit de résoudre l'équation

$$\tfrac{1}{2}QP\tfrac{1}{2}L \text{ aequale } 21 \quad , \quad \tfrac{1}{2}x^2 + \tfrac{1}{2}x = 21$$

On obtient 6 pour longueur du côté.

1) F° 78 v°—79 r°.

2° Trouver le côté du nombre pentagonal 51?

Il faut résoudre

$$\tfrac{3}{2}\,QM\tfrac{1}{2}L \text{ aequale } 51 \quad , \quad \tfrac{3}{2}x^2 - \tfrac{1}{2}x = 51$$

On obtient de nouveau 6.

V.

Le livre IV est le plus intéressant de l'ouvrage. „Hactenus", dit Gosselin,[1]) „illa quae sub Algebrae calculum cadere posse videbantur explicuimus, immensumque adeo opus tres in libros congessimus. Superest aliud ratiocinandi genus duplex: unum quantitatis simplicis quae absoluta vulgo dicitur, alterum quantitatis surdae; utrumque quadantenus Algebrae simile. Una tamen hypothesi non absolvitur, praesertim simplex sed duabus, pluribusve."

Les hypothèses multiples dont il est ici question, sont des équations multiples. Bref, pour aller droit au but, Gosselin veut dire qu'il va nous exposer la résolution des équations à plusieurs inconnues.

Il divise son livre IV en trois chapitres. Le premier n'a pas d'en tête et sert de préface, mais les deux autres sont intitulés respectivement,

De quantitate absoluta.

De quantite surda.

Que faut-il entendre par ces deux mots? Gosselin ne les définit pas et il est assez malaisé de le faire à sa place. Sous le nom de quantités *absolues* et de quantités *sourdes*, il s'agit de deux méthodes différentes pour résoudre les équations du 1r degré à plusieurs inconnues. Un exemple de chacune d'elles en fera saisir la différence.

Les problèmes des quantités *absolues* sont au nombre de 5 et tous du même genre. Gosselin modifie sa notation habituelle, en supprimant dans les formules les signes P et M. Par conséquent

$$1D\tfrac{1}{6}A\tfrac{1}{6}B\tfrac{1}{6}C \text{ aequale } 13$$

doit se lire

$$D + \tfrac{1}{6}A + \tfrac{1}{6}B + \tfrac{1}{6}C = 13.$$

C'est une notation dont l'idée appartient à Butéon,[2]) auquel l'énoncé du problème suivant est d'ailleurs emprunté.

1) F° 79 v°—80 r°.

2) I. Buteo, *Logistica, quae & arithmetica vulgo dicitur in libros quinque digesta.* Lvgdvni M.D.LIX. Voir sur cet ouvrage: G. Wertheim, *Die Logistik des Johannes Buteo;* Biblioth. Mathem. 3_2, 1902, p. 217—218.

Problema 5.[1])

„Inveniamus quatuor numeros quorum primus cum semisse reliquorum faciat 17, secundus cum aliorum triente 12, tertius cum aliorum quadrante 13, item quartus cum aliorum sextante 13.

„Sint illi quatuor A, B, C, D; et sint

$$1A\tfrac{1}{2}B\tfrac{1}{2}C\tfrac{1}{2}D \text{ aequalia } 17$$
$$1B\tfrac{1}{3}A\tfrac{1}{3}C\tfrac{1}{3}D \text{ aequalia } 12$$
$$1C\tfrac{1}{4}A\tfrac{1}{4}B\tfrac{1}{4}D \text{ aequalia } 13$$
$$1D\tfrac{1}{6}A\tfrac{1}{6}B\tfrac{1}{6}C \text{ aequalia } 13.$$

Revocentur ad integros numeros, existent

$$2A1B1C1D \text{ aequalia } 34$$
$$1A3B1C1D \text{ aequalia } 36$$
$$1A1B4C1D \text{ aequalia } 52$$
$$1A1B1C6D \text{ aequalia } 78.$$

Addamus duas ultimas aequationes, tertiam scilicet et quartam, existent

$$2A2B5C7D \text{ aequalia } 130$$

tollamus hinc primam, restabunt

$$1B4C6D \text{ aequalia } 96.$$

Addamus quartam et secundam, fient

$$2A4B2C7D \text{ aequalia } 114$$

tollamus hinc primam, superest

$$3B1C6D \text{ aequalia } 80.$$

Addamus secundam et tertiam aequationem, fient

$$2A4B5C2D \text{ aequalia } 88$$

tollamus primam, restabunt

$$3B4C1D \text{ aequalia } 54.$$

Jam vero triplicemus $1B4C6D$ quae fuerunt aequalia 96, fient

$$3B12C18D \text{ aequalia } 288$$

tollamus hinc $3B1C6D$ aequalia 80, restabunt

$$11C12D \text{ aequalia } 208$$

subducamus iterum ex eadem $3B4C1D$ aequalia 54, restabunt

$$8C17D \text{ aequalia } 234.$$

Multiplicemus hanc aequationem in 11, fient

$$88C187D \text{ aequalia } 2574$$

ducamus etiam $11C12D$ aequalia 208 in 8, existent

$$88C96D \text{ aequalia } 1664$$

1) F° 82 v°—83 v°, dans la *Logistica*, p. 193.

tollamus 88 C 96 D aequalia 1664 ex 88 C 187 D aequalibus 2574, restabunt

91 D aequalia 910

sicque stat aequatio.

Partiemur 910 in 91, quotus erit 10 valor D; est ergo 10 ultimus numerus ex quaesitis.

Et quoniam 11 C 12 D erant aequalia 208, tollamus 12 D hoc est 120, restabunt

88 aequalia 11 C

dividemus 88 in 11, quotus erit 8, valor C et tertius numerus.

Sed etiam 3 B 4 C 1 D aequalia sunt 54; tollamus hinc 4 C 1 D, hoc est 10 et 32, nempe 42, restabunt

12 aequalia 3 B

estque B et secundus numerus 4.

Jamvero 2 A 1 B 1 C 1 D aequantur 34; tollamus 1 B, nempe 4, 1 C 8, 1 D 10, hoc est 22, restabunt

12 aequalia 2 A

quare 1 A et primus numerus est 6; suntque quatuor numeri 6, 4, 8, 10, quales vestigasse oportuit."

Demeurons en d'accord, voilà une démonstration qui peut être mise en parallèle avec ce que les algébristes du XVIe siècle ont écrit de meilleur. Aussi est-il bien naturel le sentiment de fierté avec lequel Gosselin triomphe maintenant de Butéon qui a essayé de trois manières différentes, dit-il,[1]) d'appliquer sa méthode au problème proposé sans parvenir à le résoudre. Trois fois, en effet, Butéon s'embrouille dans la solution.[2]) Il ne parvient pas à éliminer régulièrement les inconnues, comme Gosselin le fait, mais après en avoir, par des soustractions, réduit le nombre au besoin jusqu'à deux, trois fois il achève le problème, correctement il est vrai, mais par des tâtonnements et à la manière d'un exercice d'analyse indéterminée. Aussi Butéon termine-t-il,[3]) par une réfléxion un peu découragée, que ne mérite plus la solution de Gosselin: „Si cui modus iste calculi videatur obscurior in hac regula, cuius est etiam rarior usus, certò sciat alium communiter usurpatum longe plus afferre molestiae, multoque difficilius capi. Innata enim rebus ipsis obscuritas arte quidem levari potest, tolli autem nullo modo".

1) F° 83 v°.

2) *Logistica* p. 193—196. Il reste cependant à Butéon le mérite d'avoir inspiré à Gosselin le *principe* de la méthode.

3) *Logistica* p. 196.

Il nous reste, pour terminer ce travail, à donner un exemple de la résolution d'un système d'équations par quantités *sourdes*. Les problèmes traités par cette méthode, au nombre de quatre, ont tous pour notes caractéristiques d'abord l'emploi explicite d'une seconde inconnue, la quantité *sourde*,[1]) ensuite une *espèce* d'essai d'élimination par substitution.

„Problema 2[2])

„Vestigemus tres ejusmodi numeros, ut primus et secundus superent tertium 20, secundus et tertius primum 30, primus et tertius secundum 40.

„Sit primus 1, secundus 1 q, tertius ergo erit 1 L P 1 q M 20 ($= L + q - 20$). Sed secundus et tertius superant primum 30, quare

1 L P 2 q M 20 aequalia sunt 1 L P 30

$[L + 2q - 20 = L + 30]$

et sublato superfluo, additoque quod deficit

2 q aequales 50,

fit 1 q 25.

Jam sit primus, ut ante, 1 L, secundus 25, tertius 1 L P 25 M 20 ($= L + 25 - 20$), hoc est, 1 L P 5 ($= L + 5$). Sed et tertius et primus superant secundum 40, quare

2 L P 5 aequalia sunt 65

et sublato superfluo

2 L aequalia 60,

fit unum latus 30. Primus itaque est 30, secundus 25, tertius 30 P 5, hoc est 35."

Il est intéressant de comparer, à cette occasion, Gosselin et Scheubel. M. Fontès, dans son étude sur *Les arithmétiques et les algèbres du XVIe siècle qui sont à la bibliothèque de Toulouse*,[3]) a relevé avant moi, chez l'algébriste allemand,[4]) un essai analogue de méthode par substitution. Mais Scheubel est bien inférieur à Gosselin, car l'idée d'employer une seconde inconnue nè lui vient pas.[5])

1) Dans ce sens, le terme „quantita sorda" a été employé déjà par Pacuolo (cf. Biblioth. Mathem. 6_3, 1905, p. 399), et plus tard par Cardan. Le terme est usité encore par Clavius dans son *Algebra* (chap. XV, Clavii *Opera*, Moguntiae 1611, 2, p. 36).

2) F° 84 v°—85 r°.

3) Bulletins et mémoires de l'académie des sciences inscriptions et belles-lettres de Toulouse **3**, 1900, p. 285—286.

Voir aussi les exemples cites par M. Staigmüller, à la p. 456 de sa notice: *Johannes Scheubel, ein Deutscher Algebraiker des XVI. Jahrhundert;* Abhandl. zur Gesch. der Mathem. **9**, 1900. — Dans Scheubel, éd. de Bâle, p. 20—21 et 23—24; éditions de Paris, f. 15 v°—16 r° et 17 r°—17 v°.

4) Ed. de Bâle, p. 73; éditions de Paris, f° 50 v°.

5) D'après Stifel ce serait à Cardan que reviendrait l'honneur d'avoir repré-

VI.

Concluons. Nous croyons avoir donné une idée complète du *De arte magna*, et en tous cas nous avons tâché d'y garder la plus stricte impartialité. C'est pour cela que nous avons laissé l'auteur parler le plus souvent lui même. Nous pouvons porter maintenant un jugement d'ensemble sur son oeuvre. On n'y trouve, il est vrai, aucune de ces grandes découvertes qui font époque et cependant le *De arte magna* mérita à juste titre l'estime des contemporains. Gosselin, très au courant de la science de son temps, y est éminemment clair et bref. C'est un vulgarisateur dans le meilleur sens du mot, ayant l'art de jeter la lumière sur les découvertes des autres et de les mettre à la portée du grand nombre des savants. Kästner avait excellemment jugé le *De arte magna* en disant qu'il était „sehr gut nur kurz“.

senté les diverses inconnues d'un problème, par des lettres *différentes*. Voici le passage (*Arithmetica Integra*, Lib. III, cap. VI, f° 252 r°):

„Christophorus et Hieronymus Cardanus, tractant radices secundas (les deuxièmes inconnues) sub vocabulo quantitatis, ideoque eas sic signant 1q. Latius vero eas tractavit Cardanus. Christophorus enim nihil habet de commissionibus secundarum radicum cum primis. Eas autem Cardanus pulchris exemplis notificavit, ita ut ipsas facile didicerim. Eae autem commissiones secundarum radicum cum primis sequentia exempla satis docent.“ Suivent les exemples.

Stifel a évidemment ici en vue le chapitre 9 de l'*Artis magnae liber* (*Opera*, t. IV, p. 241—242).

Per la preistoria della teoria delle trasformazioni di contatto.

Di Gino Loria a Genova.

Le trasformazioni geometriche ideate da Fermat e delle quali mi sono di recente occupato[1]) sono notevoli perchè, a differenza di quelle che ordinariamente si usano, riposano sulla considerazione della lunghezza degli archi delle curve alle quali sono applicate. Esse sono effettuabili su qualunque curva piana, ma, contenendo nella loro rappresentazione analitica una funzione inerente alle curve su cui operano, non sono di quelle che esercitano la loro influenza sull' intero piano. Esse quindi, contrariamente a quanto, per una inesplicabile ed imperdonabile svista, ho asserito, non sono trasformazioni di contatto, almeno sinchè si voglia conservare a tale locuzione il significato attribuitole da S. Lie.

Di tale categoria di trasformazioni fa invece parte una classe di corrispondenze più antiche di tutte quelle studiate dal Lie nel capitolo intitolato „Zur Vorgeschichte der Berührungstransformationen“ di una delle migliori sue opere.[2]) Sono quelle trasformazioni immaginate dal Varignon e che ho studiate nel Cap. I dell'ultima parte della mia opera *Spezielle algebraische und transscendente ebene Kurven* (Leipzig 1902, p. 595 e seg.) In forza di una tale corrispondenza al punto P_1 di coordinate x_1, y_1 viene associato quello P di coordinate polari ϱ, ω tali che

$$x_1 = \varrho,\ y_1 = l\omega \tag{1}$$

ossia, introducendo le coordinate cartesiane x, y del punto P,

$$x_1 = \sqrt{x^2 + y^2},\ y_1 = l \text{ arc tg } \frac{y}{x}, \tag{2}$$

ove l è una costante nota.

Ora la proprietà essenziale di tale trasformazione, di mutare due curve fra loro tangenti in altre pure in contatto, si può rendere di evidenza intuitiva, senza ricorrere a teoremi generali, mediante una costruzione stereometrica della trasformazione stessa, che, non essendo, a quanto mi consta, stata finora notata, giova qui segnalare.

1) Biblioth. Mathem. 6_3, 1905, p. 343—346.

2) *Geometrie der Berührungstransformationen, dargestellt von* S. Lie *und* S. Scheffers, I. Bd., Leipzig 1896, p. 1 e seg.