SUR

QUELQUES EXEMPLES DE LA MÉTHODE DES LIMITES CHEZ SIMON STEVIN

PAR

H. BOSMANS, S. J.

I

L'intérêt principal de l'emploi de la méthode des limites chez Simon Stevin provient de la date où il publia les démonstrations dans lesquelles il en fit usage. On les trouve dans les *Beghinselen der Weeghconst* (1), et dans les *Beghinselen des Waterwichts* (2), deux traités qui parurent l'un et l'autre à Leyde, chez Christophe Plantin, dès 1586.

En 1608, Stevin les réédita, dans les *Wisconstige Gedachtenissen* (3) et la même année Willebrord Snellius les traduisait en

(1) *De Beghinselen Der Weeghconst Beschreven Devr Simon Stevin van Brugghe.* Tot Leyden, Inde Druckerye van Christoffel Plantijn, By Françoys van Raphelinghen, CIↃ.IↃ.LXXXVI. (Bibl. Roy. de Belgique, II, 17739). Nous le citerons en abrégé : *Weeghconst.*

(2) *De Beghinselen Des Waterwichts Beschreven Devr Simon Stevin van Brugghe.* Tot Leyden, Inde Druckerye van Christoffel Plantijn, By Françoys van Raphelingen, CIↃ.IↃ.LXXXVI. (Bibl. Roy. de Belgique, II, 17740). Nous le citerons par le mot : *Waterwicht.*

(3) *Wisconstige gedachtenissen. Inhoudende t'ghene daer hem ingheoeffent heeft Den Doorluchtichsten Hoochgheboren Vorst ende Heere, Maurits Prince van Oraengien, Grave von Nassau... Beschreven deur Simon Stevin van Brugghe.* Tot Leyden, Inde Druckerye van Jan Bouwensz. Int laer CIↃ.IↃCVIII. (Bibl. Roy. de Belgique, V. II. 8038). Dans les citations : *Wisc. ged.*

latin, dans les *Hypomnemata Mathematica* (¹) ; enfin, en 1634, Albert Girard les donna en français dans les *Œuvres Mathématiques de Simon Stevin de Bruges,* éditées à Leyde, chez les Elzevier (²).

La traduction de Girard est généralement assez fidèle (³), et c'est la seule qui soit aujourd'hui encore aisément abordable à la plupart des lecteurs. Mais au commencement du XVIIᵉ siècle, ce furent les *Hypomnemata Mathematica* qui firent connaître Stevin aux savants de l'Europe. D'autre part, c'est, je l'ai dit, la date de l'édition originale qui fait l'intérêt principal des démonstrations. Un moment j'avais cru pouvoir tout concilier en citant Stevin en français d'après Girard, mais en ayant soin d'indiquer chaque fois où le passage se rencontrait, dans les éditions antérieures. Notre distingué secrétaire général, M. Mansion, m'a fait observer que, pour plusieurs lecteurs, le vieux français du Samielois rendait Stevin difficile à comprendre. Je traduirai donc le texte original flamand en français moderne (⁴).

Stevin est le plus modeste des géomètres. En toute circonstance, on le voit soucieux de ne pas s'attribuer ce qui ne lui revient pas. Quand donc il nous indique, comme c'est le cas, les sources où il

---

(¹) *Hypomnemata Mathematica Hoc est eruditus ille pulvis, in quo se exercuit Illvstrissimvs, Illvstrissimo & antiquissimo stemmate ortus Princeps, ac Dominus, Mauritius Princeps Auriacus, Comes Nassoviae,... A Simone Stevino conscripta, & e Belgico in Latinum à Wil(lebrordo) Sn(ellio) conversa.* Lvgdvni Batavorvm, Ex Officinâ Ioannis Patii, Academiae Typographi. Anno CIↃ.IↃ.CVIII, t. IV, pp. 1-77 et 109-149. (Bibl. Roy. de Belgique, V, 4821). Dans les citations : *Hypomnemata.*

(²) *Les Œuvres Mathematiques De Simon Stevin de Bruges, Ou sont inserées les Memoires Mathematiques, Esquelles s'est exercé le Très-Haut & Très-Illustre Prince Maurice de Nassau, Prince d'Aurenge,... Le tout reveu, corrigé & augmenté par Albert Girard Samielois, Mathematicien.* A Leyde, chez Bonaventure & Abraham Elsevier, Imprimeurs ordinaires de l'Université. Anno CIↃ.IↃCXXXIV. Dans les citations : *Œuvres.*

(³) J'ai traité *ex professo* cette question ici même dans mes *Notes sur l'Arithmétique de Simon Stevin.* (ANNALES, tome XXXV, 2ᵉ partie, pp. 305-313. *Note II.* A propos d'un doute de M. Maurice Cantor relatif à l'édition des Œuvres Mathématiques de Simon Stevin, donnée par Albert Girard.)

(⁴) Pour les lecteurs qui auraient l'édition des *Œuvres* sous la main, il sera peut-être intéressant de se rendre compte de la manière dont Girard fait ce que j'ai appelé des *coupures* dans le texte de Stevin.

a puisé : Archimède (¹) et le traité *De centro gravitatis* de Commandino (²), il faut le croire. Nous prendrons ces deux auteurs comme point de départ. Et tout d'abord, pour la clarté de l'exposition, il ne sera pas inutile de relire un théorème d'Archimède et d'y remarquer certaines particularités du style du géomètre de Syracuse. Je le cite d'après la traduction française de Peyrard.

DE L'ÉQUILIBRE DES PLANS. LIV. I. PROP. VIII, (fig. 1) (³)

« *Le centre de gravité d'un triangle quelconque est dans la droite qui est menée d'un des angles au milieu de la base.*

» Soit le triangle ΑΒΓ, et que dans ce triangle la droite ΑΔ soit menée au milieu de la base.

» Il faut démontrer que le centre de gravité du triangle est dans la droite ΑΔ.

» Que cela ne soit pas ainsi ; et que le point Θ soit son centre de gravité, si cela est possible. Par ce point conduisons la droite ΘΙ parallèle à ΒΓ.

« Si la droite ΔΓ est continuellement partagée en deux parties égales, il restera enfin un segment moindre que ΘΙ. »

En langage moderne nous dirions : Si a est une longueur donnée, k une longueur arbitraire, n un nombre entier suffisamment grand ; on finit toujours par avoir

$$\frac{a}{2^n} < k.$$

Comme ni Archimède, ni Stevin, ne connaissent les quantités négatives, nous nous trouvons devant une définition rigoureuse

---

(¹) *Œuvres d'Archimède traduites littéralement, avec un commentaire, par F. Peyrard...* A Paris, chez François Buisson,... MDCCCVII.

Archimedis Opera Omnia cum Commentariis Eutocii. E codice Florentino recensuit, latine vertit, notisque illustravit J. L. Heiberg, t. 2. Lipsiae, In aedibus B. G. Teubneri, MDCCCLXXXI.

(²) *Federici Commandini Vrbinatis Liber De Centro Gravitatis Solidorvm.* Cvm Privilegio In Annos X. Bononiae, Ex Officina Alexandri Benacii, MDLXV, (Univ. de Gand, Math. 625).

(³) Pp. 290-291.

d'une variable qui tend vers zéro. Dès à présent j'appelle l'attention sur la manière absolument différente dont Archimède et Stevin vont faire usage des variables ainsi définies.

« Partageons chacune des droites ΒΔ, ΔΓ en segments égaux. Par les points de division conduisons des parallèles à ΑΔ, et menons les droites ΕΖ, ΗΚ, ΛΜ. Ces droites sont parallèles à ΒΓ.

» Or le centre de gravité des parallélogrammes ΜΝ est dans la droite ΥΣ ; celui du parallélogramme ΚΞ, dans la droite ΤΥ ; et enfin, celui du parallélogramme ΖΟ, dans la droite ΤΔ. Donc le

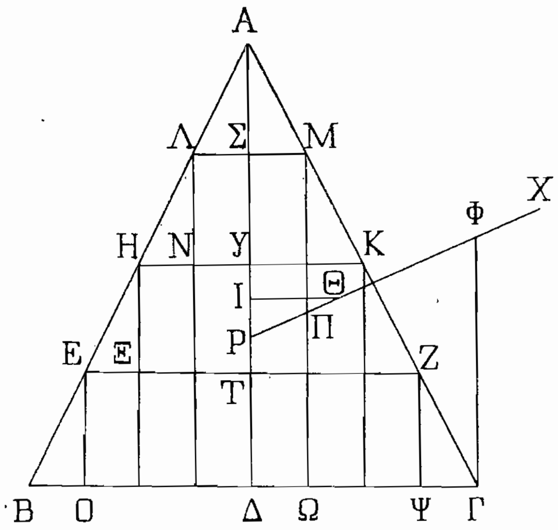

FIG. 1.

centre de gravité de la grandeur composée de toutes ces grandeurs est dans la droite ΣΔ. Que son centre de gravité soit le point Ρ.

» Menons la droite ΡΘ, et ayant prolongé cette droite, conduisons la droite ΓΦ parallèle à ΑΔ. »

A ce moment, Archimède passe par une série de calculs, qu'il sera plus clair, et sans inconvénient à notre point de vue, de donner en notations algébriques.

Les n petits triangles ΖΨΓ ... ΑΣΜ sont tous égaux entre eux ; et il en est de même des n petits triangles ΕΟΒ ... ΑΣΛ. On a donc, entre les surfaces des triangles :

$$\frac{\mathrm{A\Delta\Gamma}}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma}} = \frac{\mathrm{A\Gamma}^2 \text{ ou } (n.\mathrm{AM})^2}{n.\mathrm{AM}^2} = \frac{n}{1}$$

de même

$$\frac{\mathrm{A\Delta B}}{\Sigma.tr\mathrm{EOB}} = \frac{n}{1}$$

d'où

$$\frac{\mathrm{AB\Gamma}}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma.tr\mathrm{EOB}} = \frac{n}{1} = \frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AM}}$$

Mais

$$\frac{\mathrm{A\Gamma}}{\mathrm{AM}} = \frac{\Gamma\Delta}{\Delta\Omega} = \frac{\mathrm{P\Phi}}{\mathrm{P\Pi}} \quad \text{et} \quad \frac{\mathrm{P\Phi}}{\mathrm{P\Pi}} > \frac{\mathrm{P\Phi}}{\mathrm{P\Theta}}$$

donc

$$\frac{\mathrm{AB\Gamma}}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma.tr\mathrm{EOB}} > \frac{\mathrm{P\Phi}}{\mathrm{P\Theta}}$$

d'où, par soustraction,

$$\frac{\mathrm{AB\Gamma} - (\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma.tr\mathrm{EOB})}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma.tr\mathrm{EOB}} > \frac{\mathrm{P\Phi} - \mathrm{P\Theta}}{\mathrm{P\Theta}}$$

c'est-à-dire

$$\frac{\Sigma.\ \text{parallélogrammes MN}}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma tr\mathrm{EOB}} > \frac{\Theta\Phi}{\mathrm{P\Theta}}$$

Construisons la longueur ΘΧ qui vérifie la proportion

$$\frac{\Sigma.\ \text{parallélogrammes MN}}{\Sigma.tr\mathrm{Z\Psi\Gamma} + \Sigma.tr\mathrm{EOB}} = \frac{\Theta\mathrm{X}}{\mathrm{P\Theta}}$$

Il s'ensuit immédiatement que

$$\Theta\mathrm{X} > \Theta\Phi$$

Il importe maintenant d'en revenir aux expressions d'Archimède. Reprenons donc le texte de Peyrard.

« Puisque l'on a une certaine grandeur ΑΒΓ, dont le centre de gravité est le point Θ ; que de cette grandeur on a ôté une grandeur composée des parallélogrammes ΜΝ, ΚΞ, ΖΟ, et que le centre de gravité de la grandeur retranchée est le point P ; le centre de gravité de la grandeur restante, qui est composée des triangles restants, sera dans la droite PΘ prolongée. Et le prolongement de cette droite sera à la droite PΘ, comme la grandeur retranchée est à la grandeur restante (1).

» Donc le point X est le centre de gravité de la grandeur composée des triangles restants.

» Ce qui ne peut être. Car, ayant conduit par le point X, et dans le plan du triangle ABΓ, une droite parallèle à AΔ, tous les triangles seraient d'un même côté de la droite, c'est-à-dire de l'un ou de l'autre côté.

» Donc la proposition est évidente. »

On le voit, la quantité qui tend vers zéro sert uniquement à édifier un raisonnement par l'absurde, dans lequel la contradiction provient de l'impossibilité de la position que devait occuper le centre de gravité.

La manière de raisonner d'Archimède est absolument la même dans le théorème 4 du livre 2 (2), où il se propose de démontrer que le centre de gravité d'un segment de parabole est sur le diamètre conjugué à la corde qui sous-tend les extrémités de l'arc.

Passons à Commandino. Quand il aborda l'étude des centres de gravité des solides, il ne connaissait sur le sujet que les théorèmes d'Archimède sur le centre de gravité et l'équilibre des figures planes. Écoutons-le lui-même, dans sa dédicace au cardinal Alexandre Farnèse (3) :

« Il y a bien des parties des mathématiques, dit-il, qui n'ont pas été suffisamment expliquées, notamment la très obscure question du centre de gravité des solides. C'est là une question très belle à étudier, très utile pour bien comprendre un grand nombre de problèmes proposés par les mathématiciens. Je ne sache pas que, soit de nos jours, soit au temps de nos aïeux, aucun mathématicien nous ait laissé quelque écrit sur la question. Certains passages de leurs monuments littéraires peuvent nous

(1) C'est la prop. 8 du liv. I de l'*Équilibre des Plans*. Édit. Peyrard, pp. 282-284 ; Éd. Heiberg, t. 2, pp. 161-163.

(2) Éd. Peyrard, pp. 300-301 ; Éd. Heiberg, t. 2, pp. 199-203.

(3) *De Centro gravitatis*.

faire croire qu'ils ont amplement traité cette matière ; mais je ne sais par quelle fatalité leurs ouvrages sur ce sujet nous restent encore inconnus. »

« Archimède, ajoute-t-il, — je résume la dédicace de Commandino, — Archimède dit, dans son *Traité de l'équilibre des corps flottants* dont je prépare l'édition (1), que le centre de gravité du conoïde divise l'axe dans le rapport de 2 à 1. Jamais un si grand esprit n'aurait invoqué une pareille proposition, s'il n'en avait tenu la démonstration. J'essayai donc de combler cette lacune. Tandis que j'y travaillais, on me donna un livre de François Maurolico de Messine, où ce grand savant annonçait qu'il avait écrit un traité sur le centre de gravité des solides. A cette nouvelle, j'interrompis mon travail, car je savais parfaitement bien que Maurolico le traiterait bien plus savamment et plus élégamment que moi. Mais mon édition de l'*Équilibre des corps flottants* d'Archimède est achevée et le volume de Maurolico tarde à paraître. Le désir de répandre de la lumière sur l'écrit d'Archimède me décide à publier mon propre travail. (2) »

Le *De Centro Gravitatis* de Commandino est un ouvrage de mérite, qui fait grand honneur au géomètre d'Urbin ; mais, au point de vue de l'originalité des démonstrations et des méthodes, je n'y remarque rien de neuf. Bien plus, Commandino n'eût-il pas

(1) *Archimedis De Iis Qvae Vehvntvr In Aqva Libri Dvo. A Federico Commandino Vrbinate In Pristinvm Nitorem Restitvti Et Commentariis Illvstrati.* Cvm Privilegio In Annos X. Bononiae, Ex Officina Alexandri Benacii, MDLXV. (Univ. de Gand, Math. 625).

(2) L'ouvrage de Maurolico auquel Commandino fait ici allusion fut publié, en 1685 seulement, dans les *Admirandi Archimedis Syracusani monvmenta omnia quae extant... ex traditione doctissimi d. Francisci Maurolici... Panormi.* Apud D. Cyllenium Hesperium, Cum Licentia Superiorum MDCLXXXV. Svmpt. Antonini Giardinae, bibliopolae Panorm. (Bibl. Roy. de Belgique, v. 4999).

Dans cet ouvrage, il faut distinguer les parties où Maurolico donne le *textus purus Archimedis* et celles qui sont *ex traditione Maurolici*. Ces dernières sont plutôt de Maurolico que d'Archimède. Parmi celles-ci se trouvent : *De Aequiponderantibus, sive de Momentis libri IV* (pp. 86-180), où Maurolico ajoute deux livres à ceux de l'*Équilibre des plans*, par Archimède. C'est le traité du centre de gravité auquel Commandino fait allusion. Il fut achevé à Palerme, le 23 janvier 1548. Mais, comme il ne fut publié qu'en 1685 et que Commandino n'en eut pas connaissance, nous n'avons pas à nous en occuper.

regardé l'originalité comme un défaut? C'est probable. Il cherche à compléter Archimède. Son ouvrage rentre dans la catégorie de ces essais, si en honneur alors, nommés *reconstitutions* de travaux perdus. Commandino doit s'être intentionnellement efforcé d'imiter en tout Archimède le plus possible.

Ces remarques faites, nous pouvons passer à Stevin, car les réductions à l'absurde par les méthodes grecques d'*exhaustion* sont trop connues, pour devoir rappeler ici en quoi elles consistent.

II

Voici comment Stevin démontre que le centre de gravité d'un triangle se trouve sur la médiane.

THÉORÈME II. PROPOSITION II (1) (fig. 2)

« *Le centre de gravité de tout triangle est sur la ligne menée d'un angle au milieu du côté opposé.*

» DONNÉE. Soit ABC un triangle quelconque, dans lequel la ligne AD est menée de l'angle A au milieu D du côté BC.

» DEMANDE. Nous devons démontrer que le centre de gravité du triangle est sur la ligne AD.

» CONSTRUCTION. Menons EF, GH, IK parallèles à BC coupant AD en L, M, N; ensuite EO, GP, IQ, KR, HS, FT, parallèles à AD. » Stevin, sans le dire, suppose les parallèles EF, GH, IR équidistantes.

« DÉMONSTRATION

» Puisque EF est parallèle à BC, et EO, FT à LD, il s'ensuit que EFTO est un parallélogramme, dont EL est égal à LF, ainsi que OD à DT. Par conséquent le centre de gravité du quadrilatère EFTO est sur DL, d'après la première proposition de ce livre.

(1) *Weeghconst*, pp. 67-68; *Wis. ged.*, t. 4, pp. 61-62; *Hypomnemata*, t. 4, pp. 57-58; *Oeuvres*, p 458.

Par la même raison, le centre de gravité du parallélogramme GHSP sera en LM, et celui de IKRQ en MN. Et par conséquent le centre de gravité de la figure IKRHSFTOEPGQ formée par les trois susdits quadrilatères sera sur la ligne ND ou AD (1).

» Or, comme on a inscrit ici trois quadrilatères, ainsi pourra-t-on inscrire indéfiniment de pareils quadrilatères; et le centre de gravité de la figure inscrite sera toujours sur AD, pour les mêmes raisons.

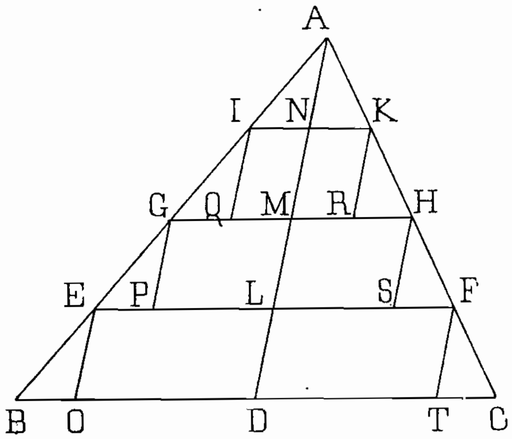

FIG. 2.

» Mais plus il y a de pareils quadrilatères, moins la figure inscrite formée par les quadrilatères différera du triangle ABC. Car, si on menait des parallèles à BC, par les milieux de AN, NM, ML et LD, la nouvelle figure formée (en achevant les parallélo-

(1) Il n'est pas hors de propos de faire remarquer qu'Albert Girard dans sa traduction est peu clair. Dans le texte original Stevin dit : « Overmits EF evewijdighe is van BC, en de EO, FT, met LD, so sal EFTO, evenwijdich vierhouck zijn, wiens EL even is met LF, oock met OD en de DT; waer deur het swaerheyts middelpunt des vierhoucx EFTO in DL is, door het 1e voorstel deses boucx. Ende om de selve reden, sal het swaerheyts middelpunt des verevenwijdichs vierhoucx GHSP wesen in LM; ende van IKRQ, in MN. Ende volgens het swaerheyts middelpunt der form IKRHSFTOEPGQ ghemaect vande voornoemde drie vierhoucken, sal wesen inde lini ND, ofte AD. » *Weeghconst*, p. 68.

grammes) ne différerait du triangle que précisément de la moitié de la différence de la figure précédente (et du triangle). Nous pouvons donc inscrire dans le triangle une figure de ce genre, qui s'en approche indéfiniment, de manière que la différence soit moindre qu'une surface donnée, si petite soit-elle : *minder dan eenich ghegheven plat hoe cleen het sy.*

» D'où il suit, qu'en prenant AD pour diamètre de gravité la pesanteur de la partie ADC, différera moins de la pesanteur de la partie ADB, qu'aucune surface qu'on saurait donner, si petite soit-elle ; *dat eenich plat dat men soude connen gheven hoe cleen het sy.*

» D'où j'argumente ainsi :

» A (1). *Lorsque deux pesanteurs diffèrent, on peut trouver une pesanteur moindre que leur différence.*

» O. *Aux pesanteurs ADC, ADB, on ne peut trouver de pesanteur moindre que leur différence.*

» O. *Les pesanteurs ADC, ADB ne diffèrent donc pas.*

» Donc AD sera diamètre de gravité, et par conséquent le centre de gravité du triangle ABC y sera.

» Conclusion. Donc, dans tout triangle, le centre de gravité est sur la ligne menée d'un angle au milieu du côté opposé.

» Ce que nous devions démontrer. »

On remarquera au premier coup d'œil la différence radicale qu'il y a entre l'esprit de la démonstration d'Archimède et celui de la démonstration de Stevin. Stevin prouve l'équivalence du poids des triangles ADC, ADB, par un vrai passage à la limite. Sans doute il n'a pas l'élégance qu'on lui donnerait aujourd'hui ; mais c'est le plus ancien exemple de ce genre. Il date de 1586 !

Qu'on remarque aussi la forme directe du raisonnement affectée systématiquement par Stevin dans tous les théorèmes analogues :

A. *Quand deux grandeurs diffèrent, on en peut trouver une troisième de même nature moindre que leur différence.*

(1) Par ces lettres A, O, O, Stevin rappelle au lecteur que son raisonnement était, d'après la terminologie d'alors, en *baroco*, et par conséquent correct.

Dans ces *mots formules*, A désigne la proposition universelle affirmative, E l'universelle négative, I la particulière affirmative, O la particulière négative.

O. *Or aux deux grandeurs données on ne peut pas assigner de grandeur de même nature moindre que leur différence.*

O. *Donc les deux grandeurs données ne diffèrent pas.*

Tout ceci est encore plus intéressant s'il est possible, dans l'application qu'en fait Stevin au centre de gravité du segment de parabole. La démonstration d'Archimède, je l'ai dit plus haut, était analogue à celle qu'il avait donnée pour le triangle. Voici la démonstration du géomètre brugeois. Je traduis le texte original, et crois bon de le rappeler, car, suivant son procédé coutumier, Albert Girard fait ici des coupures (1) et se contente de dire que la proposition « se demonstrera de mesme façon, qu'au triangle de la 2e proposition de ce livre ». Voici comment s'exprime Stevin.

« THÉORÈME VII. PROPOSITION X (2) » (fig. 3)

« *Le centre de gravité de toute parabole* (3) *est sur le diamètre.*

» Donnée. Soit ABCD une parabole et AD son diamètre.

» Demande. Nous devons démontrer que le centre de gravité de la parabole est sur la ligne AD.

» Construction. Menons les lignes EF, GH, IK parallèles à BC et coupant AD en L, M, N ; puis EO, GP, IQ, KR, HS, FT, parallèles à AD.

» DÉMONSTRATION

» Puisque EF est parallèle à BC ; et que EO, FT le sont à LD ; EFTO est un parallélogramme, dans lequel EL égale LF, et OD égale DT. Donc le centre de gravité de EFTO est sur LD, d'après le théorème I.

» Pour le même motif le centre de gravité du parallélogramme GHSP sera sur LM et celui de IKRQ sur MN. Par conséquent le

(1) Voir mon mémoire *Notes sur l'Arithmétique de Simon Stevin*, cité ci-dessus.

(2) *Weeghconst*, pp. 78-79 ; *Wisc. ged.*, t. 4, pp. 70-71 ; *Hypomnemata*, t. 4, p. 65. Voir aussi *Œuvres*, p. 462.

(3) *Brandtsnee*, parabole. Il s'agit, cela va de soi, d'un segment parabolique.

centre de gravité de la figure IKRHSFTOEPGQ formée par les trois quadrilatères susdits se trouvera sur la ligne DN ou AD.

» Mais, plus on inscrit de pareils quadrilatères, plus la différence entre la parabole ABC et la figure formée par les quadrilatères décroît. Nous pouvons donc inscrire ainsi dans la parabole une figure qui en approchera indéfiniment, si bien que la différence entre la parabole et la figure deviendra moindre qu'une surface plane donnée, si petite soit-elle ; *minder dan eenich ghegheven plat hoe cleen het sy.*

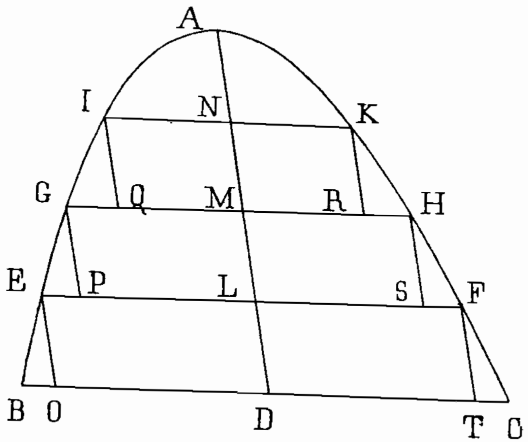

Fig. 3.

» D'où il suit, qu'en posant AD comme diamètre de gravité, la pesanteur de la partie ADC différera moins de la pesanteur de la partie ADB, que n'importe quelle pesanteur on pourrait donner, si petite soit-elle.

» D'où j'argumente ainsi :

» A. *Entre toutes les pesanteurs qui diffèrent, on peut assigner une pesanteur moindre que leur différence.*

» O. *Entre les pesanteurs* ADC *et* ADB, *on ne saurait assigner de pesanteur moindre que leur différence.*

» O. *Les deux pesanteurs* ADC *et* ADB *ne diffèrent pas.*

» Par conséquent AD est le diamètre de gravité et contient le centre de gravité de la parabole ABC.

» Conclusion. Le centre de gravité de toute parabole est en son diamètre. Ce que nous devions démontrer. »

On peut avant tout faire sur ce raisonnement les observations que nous avons faites sur la démonstration du théorème relatif au centre de gravité du triangle ; mais, il est en outre un autre point bien intéressant : ce sont les petits triangles différentiels formés par l'arc de courbe, l'abscisse et l'ordonnée, triangles dont le nombre augmente indéfiniment et dont la somme tend vers zéro.

Ces petits triangles devaient être un trait de lumière pour les successeurs immédiats de Stevin dans les Pays-Bas, notamment pour Snellius (1) et surtout pour Grégoire de Saint-Vincent. Grégoire connaissait les ouvrages de Stevin sur la statique. Il le dit formellement dans ses *Thèses de mécanique* (2). Il s'est en outre visiblement inspiré des démonstrations de Stevin, dans son traité *De involucro* (3) rédigé sur ses indications, en 1625, à Louvain, par Théodore Moretus, pour être envoyé, à Rome, à Grienberger. Mais, je n'y insiste pas. Le sujet est trop important et demanderait de trop longs développements pour être traité ici en passant. Je reviens à Stevin.

Il s'occupe du centre de gravité de trois solides : la colonne, nom sous lequel il comprend le prisme et le cylindre; la pyramide, c'est-à-dire la pyramide proprement dite ; le conoïde parabolique.

Je choisis la pyramide. Stevin appelle *axe* d'une pyramide la droite qui joint le sommet d'une pyramide au centre de gravité de la base.

---

(1) Dans son essai *Sur l'histoire du Calcul infinitésimal entre les années 1620 el 1660* (Annaes da Academia polytechnica do porto, t. 6, Coimbra, 1911, p. 83), M. Aubry fait remarquer qu'on rencontre aussi le triangle différentiel dans le *Typhis Batavus* de Willebrord Snellius, publié à Leyde, en 1624.

(2) *Theoremata Mathematica Scientiae Staticae, de ductu ponderum per planitiem recta et oblique horizontem decussantem...* A la fin : Lovanii, Typis, Henrici Hastenii. Anno 1624, fig. en regard de la propos. 7.

(3) Bibl. Roy. de Belgique, Ms. 5770-72.

« THÉORÈME XI, PROPOSITION XVI (1) » (fig. 4)

» *Le centre de gravité de toute pyramide est sur l'axe.*

» DONNÉE. Soit ABCD une pyramide, ayant pour base le triangle BCD dont le centre de gravité est E; soit AE l'axe.

» DEMANDE. Nous devons démontrer que le centre de gravité de la pyramide est sur l'axe AE.

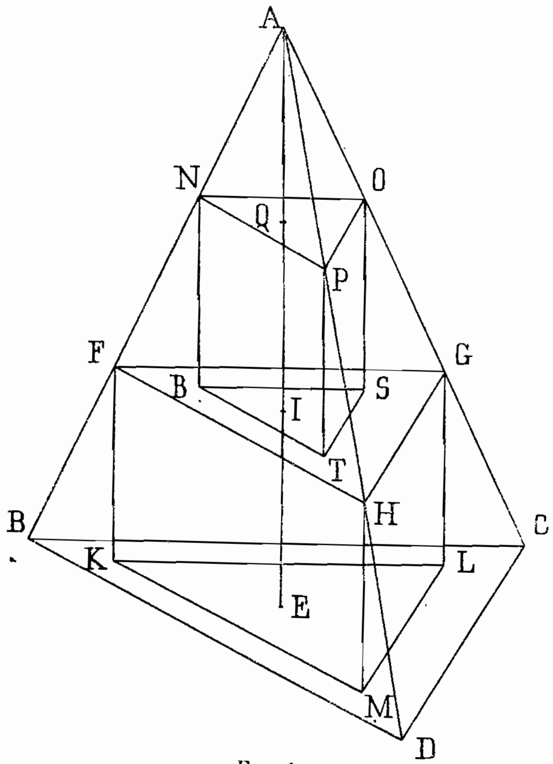

FIG. 4.

» CONSTRUCTION. Coupons la pyramide par le plan FGH, parallèle à BCD et rencontrant l'axe AE en I. Menons aussi FK, GL, HM parallèles à l'axe AE, de telle manière que les points K, L, M, soient

(1) *Weeghconst*, pp. 86-87; *Wisc. ged.*, t. 4, pp. 77 et 78; *Hypomnemata*, t. 4, pp. 70 et 71; *Œuvres*, pp. 465 et 466.

dans le plan du triangle BCD. Par conséquent FGHKLM est un prisme, dont la base KLM est parallèle et égale au couvercle (1) FGH et semblable à la base BCD.

» Ensuite, tout comme la pyramide vient d'être coupée par FGH, coupons-la de nouveau par le plan NOP, rencontrant l'axe en Q. On formera ainsi aussi le prisme NOPRST, qui aura NR, OS, PT parallèles à l'axe AE et les points R, S, T, dans le plan FGH.

» DÉMONSTRATION

» Comme les triangles NOP, RST, FGH, KLM sont tous semblables au triangle BCD; et que les points Q, I, E, sont homologues de E par rapport au triangle BCD; et que E est le centre de gravité du triangle BCD; il s'ensuit que Q, I, E sont aussi les centres de gravité des triangles.

» Par conséquent, IE est l'axe du prisme FGHKLM; et ce prisme a son centre de gravité au milieu de l'axe, d'après la 15e proposition.

» Semblablement, QI est l'axe du prisme NOPRST; et ce prisme a son centre de gravité au milieu de l'axe.

» Donc le solide formé par les deux prismes a son centre de gravité sur QE, et par suite aussi sur AE.

» Mais, plus on inscrit de prismes dans la pyramide, moins la figure formée par de pareils prismes diffère de la pyramide, le centre de gravité de la figure inscrite continuant cependant toujours à rester sur l'axe AE.

» Nous pouvons donc approcher indéfiniment de la pyramide par une pareille figure inscrite; si bien que la différence entre la figure et la pyramide sera moindre qu'un solide donné, si petit soit-il.

» D'où il suit, qu'en posant AE comme diamètre de gravité de la pyramide, la pesanteur d'un côté différera moins de celle de l'autre, qu'aucune pesanteur qu'on saurait donner.

» D'où j'argumente ainsi :

» A. *A deux contrepoids différents, on peut trouver une grandeur moindre que leur différence.*

(1) *Het decksel*, le couvercle; nom particulier donné à la base supérieure du prisme.

» O. *A ces deux contrepoids on ne saurait trouver une grandeur moindre que leur différence.*

» O. *Ces deux contrepoids ne diffèrent donc pas.*

» La démonstration est analogue pour les pyramides dont la base est un quadrilatère, un polygone, un rond (c'est-à-dire un cercle ou une ellipse) etc.

» CONCLUSION. Dans toute pyramide le centre de gravité est sur l'axe. »

Cette démonstration appelle quelques observations.

Antérieurement, Stevin avait ramené la recherche du centre de gravité d'un prisme quelconque à celle du prisme triangulaire. Puis, par un raisonnement calqué sur celui du centre de gravité du triangle, — inutile, par conséquent, à transcrire au long ici — il avait prouvé que le centre de gravité du prisme triangulaire se trouvait dans le plan mené par l'arête du prisme et la médiane du triangle de base.

Ce raisonnement allait tout seul, parce que les deux côtés du plan médian sont nettement définis. Il n'en est pas tout à fait de même pour les deux côtés de l'axe de la pyramide. Cela manque de précision. Aussi Stevin eût-il été mieux inspiré en inscrivant et en circonscrivant des prismes à la pyramide ; après quoi il eût passé à la limite. Si je fais cette critique, c'est qu'il a précisément une idée de ce genre, dans la *Waterwicht*, comme nous le verrons plus loin. Le rapprochement des deux démonstrations est intéressant.

Pour achever ce qui concerne la *Weeghconst*, reste à montrer comment y est déterminée la position du centre de gravité sur l'axe du conoïde parabolique.

« PROBLÈME X. PROPOSITION XXIII (1) » (fig. 5)

» *Étant donné un conoïde parabolique, trouver son centre de gravité.*

» DONNÉE. Soit ABC un conoïde parabolique, dont le sommet soit A et AD l'axe.

(1) *Weeghconst*, pp. 92-94 ; *Wisc. ged.*, t. 4, pp. 83-84 ; *Hypomnemata*, t. 4, pp. 75-76 ; *Œuvres*, pp. 467-468.

» DEMANDE. Nous devons trouver son centre de gravité.

» CONSTRUCTION. On divisera l'axe AD en E, tellement que AE soit le double de ED. Alors E sera le centre de gravité demandé. Ce qui a été démontré par Frédéric Commandin en la 29e proposition (1) ; dont le sens est le suivant dans notre style.

» DÉMONSTRATION

» Supposons le solide coupé par un plan FG, parallèle à la base BC, mené par le milieu H de l'axe, et rencontrant la surface extérieure du paraboloïde en I, K. Soient BCGF et IKLM deux cylindres

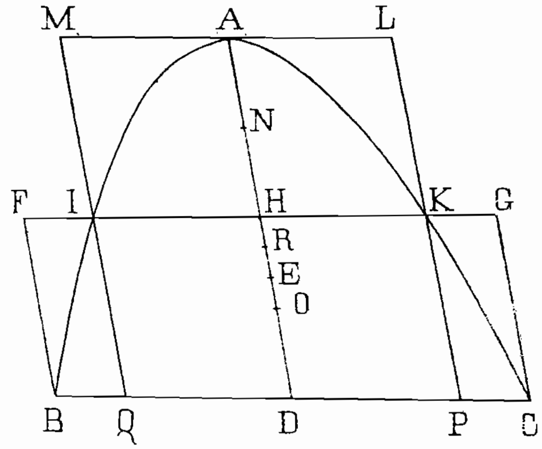

FIG. 5.

circonscrits au conoïde dont les centres sont N, O ; et IKPQ un cylindre inscrit au conoïde, dont le centre de gravité sera aussi O.

» Maintenant, comme AD est à AH, — c'est-à-dire 2 à 1 — ainsi

(1) *De Centro Gravitatis*, fl^{s} 41v°-45r°.

est le cercle décrit sur BC, au cercle décrit sur IK ; et le cylindre BG sera aussi au cylindre IL, dans le rapport de 2 à 1 (1).

» Supposons que BG pèse deux livres et IL une livre.

» Mais N, O sont leurs centres de gravité ; la ligne NO est un bras de levier divisé en R en deux segments tels que NR, soit le double de RO (2). Alors, R sera le centre de gravité des deux cylindres circonscrits ; O, celui de l'inscrit ; et R sera à la même distance de E, que O de E, savoir, chacun d'eux à $\frac{1}{12}$ de AD (3).

» Ce qui adviendra toujours ainsi dans les autres exemples », ajoute Stevin, mais afin de déclarer le tout plus clairement, il démontre au long que, pour 4 cylindres circonscrits et 3 inscrits on aurait eu :

$$OE = ER = \frac{1}{24}AD$$

De même, dit-il, pour 8 circonscrits et 7 inscrits

$$OE = ER = \frac{1}{48}AD$$

Pour 16 circonscrits et 15 inscrits

$$OE = ER = \frac{1}{96}AD$$

Et ainsi de suite, toujours suivant la même progression, approchant la moitié plus près l'une des fois que l'autre précédente.

(1) Les bases BC et IK sont des cercles dont les rayons sont BD et IH. Or Commandino et Stevin connaissaient, par Apollonius, l'équation de la parabole qui leur donnait la relation

$$\frac{BD^2}{IH^2} = \frac{AD}{AH}$$

(2) En effet les poids suspendus aux points N et O sont en raison inverse des bras de levier RO et NR.

(3) Pour vérifier l'exactitude de cette assertion il suffit de rappeler que par construction

$$AE = \frac{2}{3}AD\,; \quad AO = \frac{3}{4}AD\,; \quad AN = \frac{1}{4}AD\,; \quad NR = 2RO = \frac{2}{3}\,NO = \frac{1}{3}AD$$

d'où

$$OE = AO - AE = \frac{1}{12}AD \quad \text{et} \quad ER = AE - (AN + NR) = \frac{1}{12}AD$$

Cela étant ainsi, E sera le centre de gravité du conoïde parabolique.

Car, s'il était possible que le centre de gravité soit en dehors de E, « alors, on pourra indéfiniment tant prendre de cylindres inscrits et circonscrits au conoïde, que le centre de gravité de la figure circonscrite sera plus bas que celui du conoïde ; ou que celui de la figure inscrite sera plus haut que celui du conoïde ; ce qui est impossible.

» Le centre de gravité n'est donc pas ailleurs qu'en E ; ce que nous devions démontrer.

» Conclusion. Étant donné un conoïde parabolique, nous en avons donc trouvé le centre de gravité, comme il était demandé ».

Stevin a mis la démonstration de Commandino « suivant son stile », dit-il. On ne sera guère de son avis. Stevin s'est laissé entraver par son modèle, et on eût préféré lui voir donner cette démonstration beaucoup plus dans le style des précédentes. Pour être vrai et complet, il fallait bien signaler cette légère défaillance du grand géomètre.

III

Comme la *Weeghconst*, la *Waterwicht*, nous l'avons dit, parut en 1586. Elle renferme des pages non moins remarquables que la *Weeghconst*.

Théorème IX. Proposition XI (1) (fig. 6)

« *Sur un fond convenant*, traduit Albert Girard, *duquel le plus haut poinct est à fleur d'eau, repose un poids égal à la demi-colonne d'eau, de laquelle la base est pareille audit fond, et sa hauteur égale à la perpendicle comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut et plus bas poinct dudit fond.* »

Un fond convenant ; geschickt bodem, dit le texte original ; *fundum regulare,* traduit Willebrord Snellius ; littéralement : une paroi régulière. Il serait étranger à notre sujet de discuter ce que

(1) *Waterwicht*, pp. 23-26 ; *Wisc. ged.*, t. IV, pp. 134-137 ; *Hypomnemata*, t. IV, pp. 121-123 ; *Œuvres*, pp. 488-489.

Stevin entend précisément par là ; mais, dans l'exemple qu'il va traiter il suppose que la paroi du vase plein d'eau est rectangulaire et verticale. Cela nous suffit.

« 1. EXEMPLE

» DONNÉE. Soit AB un vase plein d'eau, dont la paroi ACDE soit un parallélogramme (plus exactement, un rectangle) non parallèle, mais perpendiculaire à l'horizon, dont le plus haut côté, AC, est à la fleur d'eau ACFG. Et soit AE la perpendiculaire abaissée du

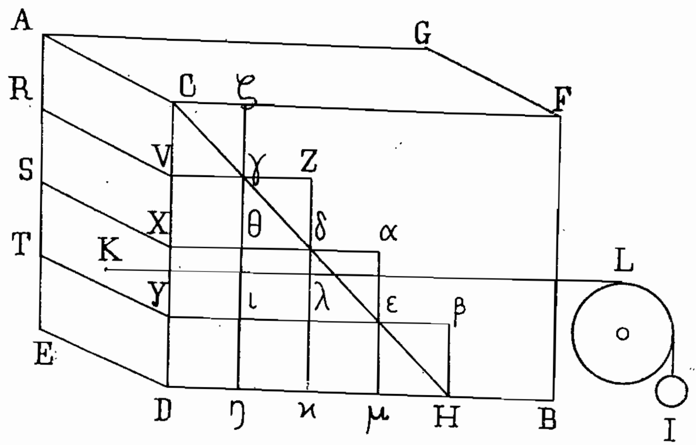

FIG. 6.

plus haut point de la paroi, jusqu'au plan parallèle à l'horizon, passant par le point le plus bas de la paroi, c'est-à-dire par ED ; et que AG soit quelconque (1).

» Menons la ligne DB parallèle à l'horizon ; marquons y le point H, tellement que DH soit égal à DC. Tirons aussi la ligne CH et désignons par ACHDE la moitié du prisme, qui aurait pour base ACDE et pour hauteur DH égal à AE.

» DEMANDE. Nous devons démontrer que le poids de l'eau qui repose contre la paroi ACDE est équivalent au susdit demi-prisme ACHDE. C'est-à-dire, — pour déclarer le tout plus clairement, —

(1) « En de AG sy so lanck alst valt », *Waterwicht*, p. 23.

que si I était un contre-poids (1), équipondérant à ACHDE, agissant sur une corde KL, parallèle à DH ; et K le centre de gravité de l'effort de la poussée contre la paroi ;... le poids I équilibrerait exactement la poussée de l'eau, et maintiendrait la paroi ACDE en place, supposé qu'elle fût mobile ».

Stevin explique ensuite sa *demande* d'une seconde manière inutile pour l'intelligence du raisonnement. La figure rend l'explication absolument claire.

« CONSTRUCTION. Soit divisé le côté AE en quatre parties égales aux points R, S, T et par là menées RV, SX, TY parallèles à AC. Soit aussi menées VZ, Xα, Yβ parallèles à DH, coupant CH, en γ, δ, ε, — et tellement que chacune des lignes γZ, δα, εβ, soient égales à Vγ. Soit ensuite menée par le point γ, la ligne Zη, parallèle à CD, coupant Xα en θ, et Yβ en ι ; de même la ligne Zκ, par δ, coupant Yβ en λ ; de même la ligne αμ, par ε ; et finalement βH.

» DÉMONSTRATION

» Contre la paroi ACVR repose plus de poids que rien. Car, si la paroi était toute à fleur d'eau, rien ne reposerait contre elle ; mais, elle descend plus bas, donc il repose plus que rien contre elle.

» D'autre part, je dis qu'il repose moins contre elle que le corps d'eau ACζγVR. Car, si la paroi était menée par RV parallèlement à l'horizon, alors le dit corps ACζγVR y reposerait, d'après la 10e proposition ; mais, elle vient plus haut : et par conséquent, il repose moins contre elle ».

La 10e proposition à laquelle Stevin fait allusion, est le célèbre théorème : La poussée de l'eau, qui repose sur une surface plane parallèle à l'horizon, est égale au poids d'un cylindre d'eau ayant pour base la surface et pour hauteur, la hauteur du liquide (2).

Stevin continue.

« Je dis de même, que contre la paroi RVXS repose un poids plus fort que celui du corps ACζγVR. Car, si la paroi était menée

(1) *Scheefwicht.* Girard traduit *poids oblique.* Le mode d'action de ce poids se comprend aisément, si l'on se rapporte à la figure.

(2) *Waterwicht*, pp. 20 et 21 ; *Wisc. ged.*, t. IV, pp. 132-134 ; *Hypomnemata*, t. IV, pp. 121-123 ; *Œuvres*, pp. 487 et 488.

par RV parallèlement à l'horizon, le poids de ce corps y reposerait, d'après la 10e proposition ; mais la paroi descend plus bas ; il repose donc plus contre elle. Or le corps RVγθXS est égal au corps ACζγVR. Il repose donc contre la paroi RVXS, un poids plus fort que celui du corps RVγθXS.

» D'autre part, je dis qu'il repose moins contre elle que le corps ACζθXS. Car, si la paroi était menée parallèlement à l'horizon, par XS, alors le corps ACζθXS y reposerait, d'après la 10e proposition. Mais elle vient plus haut ; il repose donc moins contre elle. Or le corps RVZδXS est égal au corps ACζθXS. Par conséquant, il repose moins contre la paroi RVXS que le corps RVZδXS ».

Stevin reprend encore deux fois le même raisonnement, sans faire grâce au lecteur du moindre intermédiaire. Puis il résume le raisonnement, résumé qu'Albert Girard écrit en tableau comme suit :

« Or veu que contre

le fond (c. à d., la paroi)	AV	repo-	rien	et moins que	ACζγVR
	RX	se	RVγθXS		RδZ
	SY	plus	SXδλYT		Sεα
	TD	que	TYεμDE		THβ

il s'ensuit, que, contre le fond (la paroi) entier, ACDE reposera plus que les corps susdits ensemble, qui font le corps inscrit RVγθδλεμDE, dans la demi colomne (c'est-à-dire, le demi prisme) ACHDE ; et que contre ledit fond (la paroi) ACDE entier, reposeront moins que les corps circonscrits ensemble, qui font le corps ACζγZδαεβHDE, lequel est circonscrit à la demi colomne (au demi prisme) ACHDE ».

Je reprends la traduction littérale du texte original.

« Mais que la paroi ACDE qui a été divisée ci-dessus en 4 parties égales, le soit de même en 8 parties égales, il est clair que le corps inscrit dans le demi prisme ACHDE, et le corps qui lui est circonscrit, ne différeraient plus alors de ce demi prisme, que de la moitié de la différence, dont ils diffèrent maintenant. Il est donc *manifeste*, par une pareille division indéfinie de la paroi, qu'on ne saurait donner de poids, si petit soit-il, sans qu'on ne puisse montrer, — s'il y en avait une différence — que le poids reposant

contre la paroi ACDE, diffère encore moins du demi prisme ACHDE ».

C'est effectivement « manifeste », d'après un principe fréquemment invoqué par Archimède, notamment dans le théorème sur la position du centre de gravité du triangle dont nous avons rappelé la démonstration au début de ce travail. Il revient à dire que quel que soit le nombre positif K, on finit toujours par avoir pour un nombre entier n suffisamment grand, $\frac{1}{2^n} < K$.

« D'où, dit pour terminer Stevin, j'argumente ainsi [1] :

A. *Tout poids, qui diffère du poids reposant contre la paroi* ACDE *de moins qu'on ne saurait donner, est égal au poids reposant contre la paroi* ACDE.

» I. *Le poids du demi-prisme* ACHDE, *est un poids différant du poids, qui repose contre la paroi* ACDE, *de moins qu'on saurait donner*.

» I. *Donc le poids du demi-prisme* ACHDE *est égal au poids qui repose contre la paroi* ACDE ».

» Il est indéniable, dit M. Maurice Cantor [2], que voilà un vrai passage à la limite. Étant donnée l'importance que la théorie des limites prendra un jour, il faut tenir note de la date. Stevin donne cette proposition dans ses *Hypomnemata* de 1608 ».

M. Cantor fût remonté de vingt-deux ans, s'il eût connu l'édition du *Waterwicht* de 1586, car le raisonnement s'y trouve déjà en entier sans la plus légère variante.

Les exemples 2 et 3 n'ont rien de bien intéressant au point de vue spécial qui nous occupe, mais il n'en est pas de même du suivant :

(1) Pp. 23-27. Voici la conclusion : « A. Alle swaerheyt die min verschilt van t' ghewicht teghen den bodem ACDE rustende dan ghegheven can worden, is even mettet ghewicht tegen den boden ACDE rustende.

« I. T' ghewicht des halven pilaers ACHDE, is een swaerheyt die min verschilt van t' ghewicht tegen den bodem ACDE rustende dan ghegheven can werden.

» I. T' ghewicht dan des halven pilars ACHDE, is even met het gewicht tegen den bodem ACDE rusteude », *Waterwicht*, p. 26.

Les trois lettres A, I, I, expriment que le syllogisme est en *Darii*.

(2) *Vorlesungen ueber Geschichte der Mathematik*, 2e éd., t. 2, Leipzig, Teubner, 1900, p. 378.

« 4e EXEMPLE (1)

» Nous avons donné ci-dessus trois exemples, par démonstrations mathématiques (2), qui montrent, il est vrai, mieux que l'autre le fondement de la chose ; vu cependant que la démonstration par nombres, n'est pas à dédaigner pour une plus parfaite perception de l'ensemble, nous traiterons ce 4e exemple par les nombres.

» DONNÉE. Soit AB, un vase plein d'eau, dont nous supposerons la paroi (ACDE) carrée et perpendiculaire sur l'horizon. Supposons que le côté supérieur AC, ait un pied et soit à hauteur du niveau supérieur de l'eau ACFG ; que AE, ait aussi un pied ; mais AG peut être aussi long qu'on voudra ; *maer AG sy soo lanck alst valt.* »

La paroi ACDE (fig. 6) n'étant plus cette fois simplement rectangulaire, mais carrée, Stevin se croit obligé de faire une nouvelle figure, qui nous paraît aujourd'hui bien inutile. Il était de son temps. Pour la clarté du raisonnement je change les lettres du texte de manière à l'adapter à la figure précédente (fig. 6).

» DEMANDE. Nous devons démontrer, par nombres, que le poids de l'eau reposant contre la paroi ACDE, vaut la moitié du prisme d'eau, ayant cette paroi pour base, et pour hauteur la perpendiculaire AE. Mais ce prisme est un cube d'un pied. Nous devons donc démontrer, qu'il repose contre la paroi ACDE, le poids d'un demi pied (cube) d'eau.

» CONSTRUCTION. Divisons la paroi, par trois lignes parallèles à AC, par exemple RV, SX, TY ; de telle manière que AR soit égal à RS, et à ST, et à TE. »

« DÉMONSTRATION »

Dans cette démonstration Stevin s'appuie sur un théorème qui peut s'énoncer comme suit, en langage moderne (3).

(1) *Waterwicht* pp. 29-31 ; *Wisc. ged.*, t. IV, pp. 139-141 ; *Hypomnemata*, t. IV, pp. 125-126 ; *Œuvres*, pp. 490-491.

(2) Snellius, dans les *Hypomnemata*, (t. IV, p. 125), traduit par γραμμικῶς : *démonstrations géométriques.*

(3) Stevin rappelle le théorème, après la démonstration.

Si on pose

$$S_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2}; \qquad S_{n-1} = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-1}{n^2}$$

on a

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \quad \text{et} \quad S_{n-1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}$$

ce qui est évident, puisque $S_n = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$.

Cela étant :

« Il est clair que contre la paroi AV, repose plus que 0, (plus que rien) ; car, si cette paroi était menée par AC, parallèlement à l'horizon, il reposerait 0 sur la paroi ; mais, elle descend plus bas ; il repose donc contre elle plus que 0.

» Je dis, d'autre part, qu'il repose moins contre elle que $\frac{1}{16}$ de pied. Car, si la paroi était menée par RV parallèlement à l'horizon, il reposerait $\frac{1}{16}$ de pied sur elle. Mais, elle va plus haut. Il repose donc moins de $\frac{1}{16}$ de pied contre elle.

» Pour une raison semblable, il est évident, que contre la paroi RX, repose plus de $\frac{1}{16}$ et moins de $\frac{2}{16}$; contre la paroi SY, plus de $\frac{2}{16}$, et moins de $\frac{3}{16}$; contre la paroi TD plus de $\frac{3}{16}$, et moins de $\frac{4}{16}$.

» Ajoutez maintenant les quatre poids — admettant que 0 soit un poids (1) — qui sont plus légers que ceux qui pèsent contre les diverses parois, c'est-à-dire, 0, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$; ils font ensemble $\frac{6}{16}$.

» Ajoutez de même les quatre poids, qui sont plus lourds

(1) « Ghenomen dat 0 gewicht waer » *Waterwicht*, p. 30 ; *Wisc. ged.* t. IV, p. 140. Il est assez intéressant d'entendre Stevin traiter explicitement 0 comme un nombre.

que ceux qui pèsent contre les diverses parois, c'est-à-dire $\frac{1}{16}, \frac{2}{16}, \frac{3}{16}, \frac{4}{16}$; ils font ensemble $\frac{10}{16}$.

» Il est donc évident, que contre la paroi entière ACDE, il repose plus de $\frac{6}{16}$ de pied et moins de $\frac{10}{16}$. Entre ces deux valeurs se trouve $\frac{1}{2}$ pied, que nous devons démontrer reposer, contre la paroi ACDE.

» Or, comme la paroi a été ci-dessus divisée en quatre parties égales par trois lignes, ainsi pouvons nous la diviser en autant de parties que nous voulons, par exemple, en 10. Pour les raisons précédentes, les dix poids qui sont plus légers que ceux qui pèsent respectivement contre chacune des parois sont

$0, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{7}{100}, \frac{8}{100}, \frac{9}{100}$, ensemble $\frac{45}{100}$.

» Et de même les dix poids qui sont plus lourds que ceux qui pèsent respectivement contre chacune des parois sont

$\frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{7}{100}, \frac{8}{100}, \frac{9}{100}, \frac{10}{100}$ qui font ensemble $\frac{55}{100}$.

» Il est donc évident que contre la paroi ACDE il repose plus de $\frac{45}{100}$ de pied et moins de $\frac{55}{100}$. Entre ces deux valeurs se trouve $\frac{1}{2}$ pied, que nous devons démontrer reposer contre la paroi ACDE. Mais, ces deux limites sont plus rapprochées d'un demi pied que les deux premières. Car $\frac{45}{100}$ diffère moins de $\frac{1}{2}$ que $\frac{6}{16}$; et $\frac{55}{100}$ diffère de même moins de $\frac{1}{2}$ que $\frac{10}{16}$. D'où l'on voit, que plus nous diviserons la paroi ACDE en un nombre de plus en plus grand de parties égales, plus nous nous rapprocherons constamment d'un demi pied (1).

(1) Le texte original est ici, comme en d'autres endroits, beaucoup plus précis que celui de Girard : « Maer, dese twee palen sijn naerder den halven voet, dan d'eerste twee ; want, min verschilt $\frac{45}{100}$ van $\frac{1}{2}$, dan $\frac{6}{16}$; alsoo oock verschilt $\frac{55}{100}$ min van $\frac{1}{2}$, dan $\frac{10}{16}$. Waer uyt blijckt, dat hoe wy den bodem ACDE in meer sulcke even deelen snien, hoe dat wy den halven voet altijdt naerder commen. » *Waterwicht* p. 30, *Wisc. ged.* t. IV, p. 140, Cf. *Œuvres* p. 491.

» Ceci étant ainsi compris, *t'welck soo verstaen synde*, supposons si c'était possible, qu'il repose contre la paroi ACDE, $\frac{1}{1000}$ de pied, en plus, ou en moins d'un demi pied ; et cherchons à contrôler l'exactitude de cette hypothèse (1). Pour cela divisons, par la pensée, la paroi en 1000 parties égales, comme ci-dessus.

» Alors, pour les raisons précédentes, les mille poids plus légers que ceux qui reposent contre les parois respectives sont 0, $\frac{1}{1\,000\,000}, \frac{2}{1\,000\,000}$ et ainsi de suite jusqu'au dernier qui sera $\frac{999}{1\,000\,000}$. Additionnés ensemble, — d'après une méthode d'addition abrégée que nous donnerons ci-dessous (2), — ils feront $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$.

» De même, les mille poids plus lourds, que ceux qui pèsent contre les parois respectives, sont $\frac{1}{1\,000\,000}, \frac{2}{1\,000\,000}, \frac{3}{1\,000\,000}$ et ainsi de suite jusqu'au dernier, qui sera $\frac{1000}{1\,000\,000}$. Ils font ensemble $\frac{500\,500}{1\,000\,000}$. Il repose donc contre la paroi plus de $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$ et moins de $\frac{500\,500}{1\,000\,000}$.

» Mais $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$ n'est que de $\frac{1}{2000}$ inférieur à $\frac{1}{2}$; donc il ne repose pas contre la paroi $\frac{1}{1000}$ de pied, moins qu'un demi-pied.

(1) « Laet ons de waerheyt daaraf ondersoucken » *Waterwicht* p. 30, *Wisc. ged.* t. IV, p. 140.

(2) Nous l'avons donnée, ci-dessus.

De même $\frac{500\,500}{1\,000\,000}$ n'est que de $\frac{1}{2000}$ supérieur à $\frac{1}{2}$; donc, il ne repose pas contre la paroi $\frac{1}{1000}$ en plus d'un demi-pied.

» Et ainsi, on démontrera la même chose, pour toute fraction donnée, si petite soit-elle. Il est donc évident, que la différence, s'il pouvait y en avoir une, entre l'eau qui repose contre la paroi ACDE est inférieure à celle qui a été supposée.

» D'où j'argumente ainsi :

» A. *Entre un poids quelconque et* $\frac{1}{2}$ *pied d'eau, s'ils sont différents, on peut trouver un poids moindre que leur différence.*

» O. *Or, entre le poids qui repose contre la paroi* ACDE, *et* $\frac{1}{2}$ *pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur différence.*

» O. *Le poids donc qui repose contre la paroi* ACDG *n'est en rien différent d'un demi-pied d'eau* ».

Une dernière fois, voilà un raisonnement qui n'est plus du tout une réduction à l'absurde dans le style d'Archimède, mais un passage à la limite.

Stevin prouve minutieusement que la différence, entre la somme des parallélipipèdes inscrits et circonscrits au prisme triangulaire AEDCH et ce prisme lui-même est une quantité qui tend vers zéro. J'emploie la terminologie moderne. Cela fait, il donne au raisonnement une forme directe.

Or, en quoi consiste le passage à la limite, si ce n'est dans la forme directe donnée aux raisonnements par l'absurde qui s'appuient sur la méthode infinitésimale ?

IV

Concluons.

Comment des écrits aussi remarquables que la *Weeghconst* et la *Waterwicht* ont-ils pu passer à ce point inaperçus, dans l'histoire du calcul infinitésimal ?

Il est à cela deux raisons bien simples.

D'abord, seule de toutes les éditions de Stevin, celle des *Œuvres* publiée, en 1634, par les soins d'Albert Girard n'est pas devenue une rareté bibliographique. Cette date était trop rapprochée de l'époque des grandes découvertes de Cavalieri et de Grégoire de Saint-Vincent, pour que les tâtonnements de Stevin, tout curieux soient-ils, attirassent encore beaucoup l'attention des historiens.

Ensuite, Stevin écrivit en flamand. Son ouvrage était dès lors comme non avenu en dehors des Pays-Bas. Mais, deux compatriotes éminents de l'auteur, Snellius puis Grégoire de Saint-Vincent, en tirèrent profit dans la langue originale.

La *Weeghconst* et la *Waterwicht* avaient 22 ans d'existence quand Snellius les donna en latin dans les *Hypomnemata mathematica*. Mais par ces *Hypomnemata* le nom de Stevin se répandit rapidement dans l'Europe entière. Sa *Statica*, dont la *Weeghconst* et la *Waterwicht* étaient devenues partie intégrantes, contribua plus que tous les autres écrits de Stevin à lui valoir une renommée retentissante. On ne fera croire à personne que des esprits aussi éveillés, aussi éclairés, aussi érudits que Kepler et Cavalieri, par exemple, aient ignoré un ouvrage d'une pareille célébrité.

Stevin doit donc être nommé dans l'histoire du calcul infinitésimal.

Mais, n'est-ce pas faire tort à Kepler, à Cavalieri, à Grégoire de Saint-Vincent ?

A mon avis, non. Ils restent ce qu'ils étaient ; ni plus, ni moins.

Quand on est un peu familiarisé avec l'histoire de la science, on ne croit plus guère aux bonds prodigieux qu'elle ferait pour passer, sans intermédiaires, d'un Archimède à un Cavalieri et à un Grégoire de Saint-Vincent. C'est là une de ces légendes puisées dans une étude trop exclusive des manuels et qui se dissipent bientôt, quand on remonte aux sources. A ce point de vue, rien n'est intéressant comme de suivre l'origine et le développement d'une idée chez les maîtres de la pensée humaine. Kepler, Cavalieri, Saint-Vincent ne sont pas moins dignes d'admiration pour avoir tiré un parti merveilleux d'une idée de Stevin, que pour avoir ébloui les savants par leurs créations personnelles.