Mathesis 37, 1923

Le rapport anharmonique $P(P_aP_bP_cP_d)$ est constant pour les droites parallèles à p. Dans le complexe tétraédral (ABCD) défini par ce rapport anharmonique les droites parallèles à la direction p engendrent un cylindre du second degré circonscrit au tétraèdre. Pour chacune d'elles on a la projectivité (a) et les quatre points O_a, O_b, O_c, O_d sont dans un même plan.

2. *Les orthopôles* Ω_a, Ω_b, Ω_c, Ω_d *d'une droite* p *relativement aux triangles formés par les sommets d'un quadrangle* A'B'C'D' *sont en ligne droite.*

Aux points A', B', C', D' on élève des perpendiculaires au plan A'B'C'D' sur lesquelles on prend les points A, B, C, D. Les axes orthopôles de la droite p relativement aux faces du tétraèdre ABCD passent par les points Ω_a, Ω_b, Ω_c, Ω_d ; ils appartiennent à un système réglé dont p fait partie (1); par suite ces points sont sur la directrice de ce système réglé, située dans le plan A'B'C'D'.

3. *Dans le plan* A'B'C'D' *il existe deux directions pour les droites* p *telles que le rapport anharmonique* $(\Omega_a\Omega_b\Omega_c\Omega_d)$ *ait une valeur donnée* λ.

Car le lieu du point P (notations 1) tel que

$$P(P_aP_bP_cP_d) = \lambda$$

est une conique dont deux points sont dans le plan A'B'C'D'.

LE CALCUL INFINITÉSIMAL CHEZ SIMON STEVIN,

par M. H. Bosmans S. J.

On se doute en général assez peu, même en Belgique, de l'influence sérieuse de Stevin sur les progrès du calcul infinitésimal. Cette inattention s'explique. En dehors de chez nous et des Pays-Bas, — disons mieux, même chez nous, — Stevin n'est guère connu que par l'édition de ses *Œuvres*, publiée en 1634, chez les Elzevier de Leyde, par Albert Girard. Or l'année suivante, Cavalieri donnait

au public la *Geometria indivisibilibus continuorum nova quadam ratione promota* (1), qui éclipsait Stevin. Mais en 1635, les méthodes du Brugeois étaient vieilles de près d'un demi siècle. Dans l'entre-temps, la science avait marché. L'œuvre de Cavalieri avait été préparée, non seulement par celle de Stevin, mais, par celle de Luc Valerie (2), par celle de Képler (3), par celle de Willebrord Snellius (4), par celle de bien d'autres encore! Si un parallèle entre Stevin et Cavalieri n'était plus possible, ce n'est, cependant, pas une raison pour passer sous silence, ce que l'on doit au premier.

Dans un article intitulé *De quelques Exemples de la Méthode des Limites chez* Simon Stevin, publié, en 1913, dans les *Annales de la Société scientifique* (5), j'ai déjà essayé de mettre en lumière ce côté si peu connu de la personnalité de notre grand compatriote. J'ai traité alors le sujet dans toute son ampleur. J'espère, néanmoins, intéresser les lecteurs de *Mathesis* en le reprenant non pas en entier, mais en le résumant parfois.

Voici d'abord quelques données bibliographiques indispensables. Stevin fit pour la première fois connaître sa manière de comprendre l'analyse infinitésimale dans les *Beghinselen der Weeghconst* (Eléments de Statique) et les *Beghinselen des Waterwichts* (Eléments d'Hydrostatique) (6), opuscules célèbres, qui parurent l'un et l'autre à Leyde, chez Christophe Plantin, en 1586. Je prie le lecteur de tenir note de cette date. Elle fait l'intérêt principal de l'emploi de la méthode des limites chez Stevin.

---

(1) Bononiae, Typis Clementis Ferronii.

(2) *De Centro Gravitatis Solidorum Libri tres...* Romae, Typis Bartolomaei Benfadini, 1604. Je lui ai consacré une étude sous le titre de : *Les démonstrations par l'Analyse infinitésimale*, chez Luc Valerie. (*Ann. d. l. Soc. Scient.* t. XXXVII, Louvain, 1912-1913, 2e part., pp. 211-228).

(3) Dans la 1e partie de la *Neva Stereometria Doliorum*, qui parut à Linz, en 1615. Rééditée dans Joannis Kepleri *Astronomi Opera Omnia*, ed. Ch. Frisch, Frankefurti a. M. et Erlangue, Heyder et Zimmer, 1863, pp. 525-601.

(4) Notamment, dans son *Typhis Batavus*... Lugdini Batavorum, ex Officina Elzeviriana, anno 1924. M. A. Aubry en a donné quelques extraits, dans son article *Sur l'Histoire du Calcul infinitésimal entre les années 1620 et 1660* (Annaes da Academia politechnica do Porto, t. VI, Coimbra 1911, pp. 83-84.) L'article est écrit en français.

(5) T. XXXVII, Louvain, 1912-1913, 2e part. pp. 171-199.

(6) *De Beghinselen der Weeghconst Beschreven Dver* (sic) Simon Stevin *van Brugghe*. Tot Leyden, in de Druckerye van Christoffel Plantijn, Bij François van Raphelingen. M. D. LXXXVI.

De Beghinselen des Waterwichts Beschreven deur Simon Stevin *van Brugghe.* Tot Leyden,... (comme ci-dessus).

En 1605, STEVIN réédita les deux traités, dans le tome IV des *Wisconstige Gedachtenissen* (1), et WILLEBRORD SNELLIUS les publia, la même année, en latin, dans le tome IV des *Hypomnemata Mathematica* (2). JEAN TUNING ne les a pas donnés dans les *Mémoires Mathématiques* de STEVIN, et la remarque vaut la peine d'être faite, car, on le sait, chaque fois, qu'ALBERT GIRARD n'a pas sous la main, soit un texte original français de STEVIN, soit une traduction par JEAN TUNING, le Siamiélois traduit le Brugeois à sa manière, correctement pour le fond, mais avec des coupures, et dans la forme, sans grand souci, parfois, des nuances de la pensée. C'est ainsi qu'il agit de nouveau dans *L'Art Pondéraire* qu'il a publié dans *Les Œuvres Mathématiques* de SIMON STEVIN (3). A ne pas serrer la phrase flamande de près, STEVIN ne gagne pas. Aussi plutôt que de citer le vieux français de GIRARD, j'ai cru préférable de traduire la rédaction originale. Pour chaque passage, je renverrai, d'ailleurs, dans les notes du bas des pages, aux quatre éditions. Elles se trouvent toutes à la Bibliothèque Royale de Belgique.

I

L'emploi de la méthode des limites est en soi plus intéressant, dans le *Waterwicht* que dans la *Weeghconst*, mais, dans cette dernière il est plus instructif. Nous y trouvons, en effet la démonstration d'un théorème déjà traité par ARCHIMÈDE et que CAVALIERI devait reprendre à son tour. Chacun des trois géomètres pourrait sembler avoir été soucieux de bien y mettre en évidence, ce que sa méthode a de caractéristique. Je les laisserai parler à tour de rôle. Et d'abord,

(1) Tot Leyden, bij Jan Bouwensz... MDCV.

(2) Lugdini Batavorum, ex Officina Jeannis Patii... MDCV.

Les dates jouent un rôle important, je crois devoir rappeler, que dans les *Wisconstige Gedachtenissen* et dans les *Hypomnemata Mathematica*, les t. I et V portent le millésime de 1608. La statique de STEVIN est intitulée respectivement dans ces rééditions, *Weeghconst* et *Statica*. Sous la forme revue et considérablement augmentée qu'elle y a prise, la *Weeghconst* est généralement regardée, avec raison, comme le chef-d'œuvre de STEVIN. DUHEM en a donné une analyse magistrale, mais en se plaçant au point de vue exclusif de la place que la *Weeghconst* occupe dans l'histoire de la statique. (*Les Origines de la Statique*, t. I, Paris, Hermann, 1905, pp. 273-289; ou bien, *Rev. d. Quest. Scient.*, t. LVII, Louvain, 1905, pp. 123-149.)

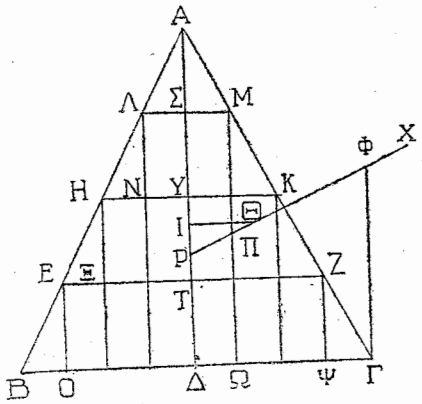
(3) T. II, pp. 493-520.

ARCHIMÈDE. Il s'agit de cette proposition tout élémentaire, que le centre de gravité d'un triangle ne saurait être hors de la médiane (1).

« DE L'ÉQUILIBRE DES PLANS. LIV. I. PROP. VIII. (Fig. 1.)

« *Dans tout triangle, le centre de gravité est situé sur la droite menée d'un angle au milieu de la base.*

« Soit le triangle ΑΒΓ dans lequel la droite ΑΔ est menée au milieu de la base ΒΓ. Il faut démontrer que le centre de gravité du triangle ΑΒΓ est situé sur la droite ΑΔ.



« En effet, que cela ne soit pas ainsi, et que le centre de gravité soit le point Θ, si cela est possible. Par ce point, menons la droite ΘΙ parallèle à la droite ΒΓ.

« Dès lors, la droite ΔΓ étant constamment divisée en deux parties égales, on aura bientôt un reste plus petit que ΘΙ. »

En langage moderne nous dirions : Si a est une longueur donnée, k un nombre arbitrairement petit, n un nombre suffisamment grand, on finira toujours par avoir

$$\frac{a}{2^n} < k.$$

(1) ARCHIMEDIS *Opera Omnia cum Commentariis* EUTOCII, iterum edidit J. L. HEIBERG, t. II, Leipzig, Teubner, 1913, pp. 150-155. *Les Œuvres complètes d'*ARCHIMÈDE *traduites du grec en français*, par PAUL VER EECKE. Bruxelles, Desclée de Brouwer, 1921, pp. 316-318.

Comme, ni ARCHIMÈDE, ni STEVIN ne connaissent les quantités négatives, nous nous trouvons devant une définition rigoureuse d'une variable qui tend vers zéro. Dès à présent, j'appelle l'attention sur l'usage absolument différent qu'ARCHIMÈDE et STEVIN vont faire de la variable ainsi définie. Quant à CAVALIERI, il n'en parlera pas.

« Partageons chacune des droites BΔ, ΔΓ en segments égaux à ce reste. Par les points de division, menons des parallèles à AΔ. et menons les droites de jonction EZ. HK, AM. Ces dernières droites seront donc parallèles à BΓ.

« Dès lors, le centre de gravité du parallélogramme MN est situé sur la droite ΥΣ (1); le centre de gravité du parallélogramme KΞ sur la droite TΥ; et celui du parallélogramme ZO sur la droite ΔT. Donc, le centre de gravité de la grandeur constituée par toutes les grandeurs précédentes est situé sur la droite ΣΔ (2). Que ce centre de gravité soit le point P.

« Menons la droite de jonction PΘ que nous prolongerons, et menons la droite ΓΦ parallèle à la droite AΔ. »

A ce moment, ARCHIMÈDE passe par une série de calculs, qu'il sera plus clair, et sans inconvénient à notre point de vue, de donner en notations algébriques.

Les n petits triangles ZΨΓ, ..., AΣM sont tous égaux entre eux, et il en est de même des n petits triangles EOB, ..., AΣΛ. On a donc entre les surfaces des triangles :

$$\frac{A\Delta B}{\Sigma tr.Z\Psi\Gamma} = \frac{A\Gamma^2 \text{ ou } (nAM)^2}{nAM^2} = \frac{n}{1},$$

de même

$$\frac{A\Delta B}{\Sigma tr.EOB} = \frac{n}{1};$$

d'où

$$\frac{AB\Gamma}{\Sigma tr.Z\Psi\Gamma + \Sigma tr.EOB} = \frac{n}{1} = \frac{A\Gamma}{AM}.$$

(1) D'après la Prop. 10.
(2) D'après la Prop. 4.

Mais

$$\frac{A\Gamma}{AM} = \frac{\Gamma\Delta}{\Delta\Omega} = \frac{P\Phi}{P\Pi} \quad \text{et} \quad \frac{P\Phi}{P\Pi} > \frac{P\Phi}{P\Theta};$$

donc

$$\frac{AB\Gamma}{\Sigma tr.Z\Psi\Gamma + \Sigma tr.EOB} > \frac{P\Phi}{P\Theta},$$

d'où, par soustraction,

$$\frac{AB\Gamma - (\Sigma tr.Z\Psi\Gamma + \Sigma tr.EOB)}{\Sigma tr.Z\Psi\Gamma + \Sigma tr.EOB} > \frac{P\Phi - P\Theta}{P\Theta}$$

c'est-à-dire

$$\frac{\Sigma \text{ parallélogrammes MN}}{\Sigma tr.Z\Phi\Gamma + \Sigma tr.EOB} > \frac{\Theta\Phi}{P\Theta}.$$

Construisons la longueur ΘX, qui vérifie la proportion

$$\frac{\Sigma \text{ parallélogrammes MN}}{\Sigma tr.Z\Psi\Gamma + \Sigma tr.EOB} = \frac{\Theta X}{P\Theta}.$$

Il s'en suit immédiatement que

$$\Theta X > \Theta\Phi.$$

Il importe maintenant de revenir aux expressions d'ARCHIMÈDE. Reprenons la traduction du texte :

« Puisque l'on a une certaine grandeur ABΓ, dont le centre de gravité est Θ, et qu'on en a ôté une grandeur composée des parallélogrammes MN, KΞ, ZO, et que le centre de gravité de la grandeur retranchée est le point P, il s'en suit, que le centre de gravité de la grandeur restante, composée des triangles laissés à

l'entour, est sur la droite PΘ prolongée, sur laquelle on a pris une droite (ΘX) ayant avec PΘ le même rapport que la grandeur retranchée avec la grandeur restante.

« Donc le point X est le centre de gravité de la grandeur des triangles qui restent à l'entour [1].

« Ce qui est impossible. Car ces derniers sont tous situés du même côté d'une droite, parallèle à AΔ menée du point X dans le plan.

« Dès lors la proposition est évidente [2]. »

On le voit, la quantité qui tend vers zéro sert uniquement à édifier un raisonnement par l'absurde, dans lequel la contradiction provient de l'impossibilité de la position que devrait occuper le centre de gravité.

Il serait exagéré de dire, que d'ARCHIMÈDE à STEVIN le calcul infinitésimal resta tout à fait stationnaire. Dans cet intervalle de temps, FRÉDÉRIC COMMANDINO (1505-1575) le fit quelque peu progresser. Le traité du *Centre de gravité* [3] du géomètre d'Urbin, à l'autorité duquel STEVIN en appelle parfois, est un ouvrage de vrai mérite. Mais, comme il nous l'apprend, dans la Préface, COMMANDINO s'y propose de reconstituer un traité perdu d'ARCHIMÈDE et il y réussit. Le but qu'il poursuivait, lui imposait la règle à suivre : imiter le mieux qu'il le pourrait le style et la méthode du Syracusain. COMMANDINO n'y manqua pas. Ce que son traité du *Centre de gravité* a de neuf, c'est d'avoir étendu à l'espace des méthodes, que les traités conservés d'ARCHIMÈDE ne faisaient connaître que pour la géométrie plane. Il en est tout autrement chez STEVIN.

(A continuer.)

---

(1) D'après la Prop. 8.

(2) Comme M. VER EECKE le dit fort bien (*O, c.*) p. 318, Note 6, la manière embarrassée dont se termine le raisonnement fait supposer quelque altération dans le texte original. Celui-ci contenait probablement un renvoi au postulat VII : « Le centre de gravité de toute figure, dont le périmètre est concave dans la même direction, doit être à l'intérieur de cette figure ». En un mot, l'impossibilité résulte de ce fait, que le centre de gravité de chacun des triangles est à gauche de ΓΦ, tandis que le centre de gravité X de l'ensemble serait à droite.

(3) FREDERICI COMMANDINI URBINATIS *Liber, De Centre Gravitatis solidorum.* Bononiae, ex officina Alexandri Benacii, MDLXV.

NOTES MATHÉMATIQUES.

1. *Théorème sur les projections. La somme des projections d'une droite* MM_1 *sur tous les côtés d'un polygone plan ou gauche fermé, chaque projection étant multipliée par la longueur du côté sur lequel elle est faite, est égale à zéro* (E. LEMOINE, AF, 1891-156).

Soient A', B', ..., K', L' les projections des sommets du polygone AB...KLA sur la droite MM_1 ; on a

$$(1) \qquad A'B' + B'C' + \cdots + K'L' + L'A' = 0.$$

Si α, β, ..., λ sont les angles des droites AB, BC, ..., LA avec la droite MM_1, la relation (1) donne

$$(2) \qquad AB \cos\alpha + BC \cos\beta + \cdots + LA \cos\lambda = 0.$$

Or en désignant par a, b, ..., l les projections de MM_1 sur AB, BC, ..., LA, on a

$$(3) \qquad a = MM_1 \cos\alpha, \quad b = MM_1 \cos\beta, \ldots, \quad l = MM_1 \cos\lambda.$$

De (2) et (3) on conclut aisément le théorème de LEMOINE.

(J. N.)

2. *Sixain permutien de points.* 1. ABC étant le triangle de référence, soient

$$(1) \qquad M_1, \quad M_2, \quad M_3, \quad M'_1 \quad M'_2 \quad M'_3$$

les points de coordonnées

$$(2) \qquad \begin{cases} (\alpha, \beta, \gamma), & (\beta, \gamma, \alpha), & (\gamma, \alpha, \beta), \\ (\alpha, \gamma, \beta), & (\beta, \alpha, \gamma), & (\gamma, \beta, \alpha). \end{cases}$$

Si les coordonnées sont barycentriques, les trois triangles $M_1M_2M_3$, $M'_1M'_2M'_3$, ABC ont même barycentre G.

Quel que soit le système de coordonnées, les six points (1) appartiennent à une même conique.

Si deux tétraèdres sont bilogiques, les centres d'orthologie et d'homologie sont sur une même droite normale au plan d'homologie (*).

3. Le tétraèdre ayant pour sommets les points

$$A_2 \equiv (OA_1, O, A), \qquad B_2 \equiv (OB_1, O_1B), \qquad C_2 \equiv (OC_1, O_1C),$$

$$D_2 \equiv (OD_1, O_1D)$$

et les tétraèdres ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ sont deux à deux bilogiques (BB, 1921, 59). L'arête A_2B_2 est normale aux droites CD, C_1D_1 et au plan $SCDC_1D_1$; elle passe par le point (AB, A_1B_1) du plan σ ; par suite

Soient O, S *deux points quelconques d'une même directrice du système réglé des hauteurs du tétraèdre* ABCD, σ *le plan associé du point* O (1) ; *la perpendiculaire abaissée du point* (σ, AB) *sur le plan* (S, CD) *et les cinq droites analogues sont les arêtes d'un tétraèdre* $A_2B_2C_2D_2$. *Les tétraèdres* ABCD, $A_2B_2C_2D_2$ *sont bilogiques ;* O, S *sont les centres d'orthologie respectifs.*

4. Les hauteurs h_a, h_{a1} des tétraèdres bilogiques ABCD, $A_1B_1C_1D_1$ (2) rencontrent la droite OO_1S aux points H_a, H_{a1} ; on a

$$SA : SA_1 = SH_a : SO = SO_1 : SH_{a1}$$

et

$$SO.\ SO_1 = SH_a.\ SH_{a1}.$$

Donc : *Les hauteurs de deux tétraèdres bilogiques déterminent sur la droite des centres d'orthologie deux ponctuelles involutives. Le centre d'homologie est le point central, les centres d'orthologie sont deux points conjugués.*

5. Les hauteurs et les faces du tétraèdre ABCD déterminent sur la droite OO_1S deux ponctuelles involutives dans lesquelles

(*) Extension à l'espace du théorème de SONDAT sur les triangles bilogiques (IM, 1895, 102). Son énoncé nous a été communiqué par M. V. THÉBAULT (30 décembre 1920), avec prière de vérifier si elle était exacte ou erronée. Nous avons publié la démonstration demandée (BB. février 1921-57).

Pour la théorie des triangles bilogiques, voir BB, 1921-211.

les points O_1, S se correspondent (BB, 1921, 63). Cette involution a pour éléments doubles les foyers singuliers de la quadrique Σ (1) ; par suite si $O \equiv O_1$ on a $S \equiv S'$, $\sigma \equiv \sigma'$ (notations 1). Ainsi

Si deux tétraèdres bilogiques ont un centre d'orthologie commun O, *le centre d'homologie* S *est le pôle du plan d'homologie relativement à la quadrique* Σ *conjuguée à l'un des tétraèdres et ayant pour axe de révolution la droite* OS. *Les points* O, S *sont conjugués harmoniques par rapport aux foyers singuliers de la surface* Σ.

LE CALCUL INFINITÉSIMAL CHEZ SIMON STEVIN (1),

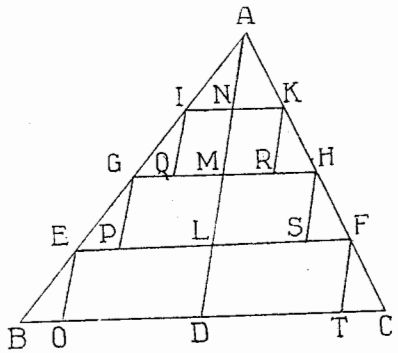
par M. H. BOSMANS S. J.

THÉORÈME II, PROPOSITION II. (Fig 2.) (2)

« *Le centre de gravité de tout triangle est sur la ligne menée d'un angle au milieu du côté opposé.*

« DONNÉE. Soit ABC un triangle quelconque, dans lequel la ligne AD est menée de l'angle A au milieu du côté BC.

« DEMANDE. Nous devons démontrer que le centre de gravité du triangle est sur la ligne AD.



(1) Suite, voir M, 1923-12.

(2) *Weeghconst*, pp. 67-68, *Wis. Ged*, t. IV, pp. 61-62, *Hypomnemata*, t. IV, pp. 57-58, *Œuvres*, t. II, p. 458.

« CONSTRUCTION. Menons EF, GH, IK, parallèles à BC, coupant AD en L, M, N, ensuite EO, GP, IQ, KR, HS, FT, parallèles à AD. » STEVIN, sans le dire, suppose les parallèles EF, GH, IK, équidistantes.

DÉMONSTRATION.

« Puisque EF est parallèle à BC, et EO, FT à LD, il s'en suit que EFTO est un parallélogramme, dont EL est égal à LF, ainsi que OD à DT. Par conséquent, le centre de gravité du quadrilatère EFTO est sur DL, d'après la première proposition de ce livre.

« Pour la même raison le centre de gravité du parallélogramme GHSP est sur LM, et celui de IKRQ sur MN. Et par conséquent, le centre de gravité de la figure IKRHSFTOEPGQ formée par les trois susdits quadrilatères sera sur la ligne ND ou AD.

« Or, comme on a inscrit ici trois quadrilatères, ainsi pourrait-on inscrire indéfiniment de pareils quadrilatères, et le centre de gravité des figures inscrites serait toujours sur AD.

« Mais, plus il y a de quadrilatères, moins la figure inscrite formée par les quadrilatères différera du triangle ABC. Car, si on menait des parallèles à BC par les milieux de AN, NM, ML, et LD, la nouvelle figure formée (en achevant les parallélogrammes) ne différerait du triangle que précisément de la moitié de la différence de la figure précédente (et du triangle). Nous pouvons donc inscrire dans le triangle une figure de ce genre, qui s'en approchera indéfiniment, de manière que la différence soit moindre qu'une surface donnée, si petite soit-elle : *minder dan eenich ghegheven plat hoe cleen het sy.*

« D'où il suit, qu'en prenant AD pour diamètre de gravité, la pesanteur de la partie ADC, différera moins de la pesanteur de la partie ADB, qu'aucune surface qu'on saurait donner, si petite soit-elle : *dan eenich plat dat men soude connen gheven hoe cleen het sy.*

« D'où, j'argumente ainsi :

« A. *Lorsque deux pesanteurs diffèrent, on peut trouver une pesanteur moindre que leur différence.*

« O. *Aux pesanteurs* ADC, ADB, *on ne peut trouver de pesanteur moindre que leur différence.*

« O. *Les pesanteurs* ADC, ADB *ne diffèrent donc pas.*

« Donc, AD sera diamètre de gravité, et par conséquent, le centre de gravité du triangle ABC y sera.

« CONCLUSION. Donc, dans tout triangle, le centre de gravité est sur la ligne menée d'un angle au milieu du côté opposé. Ce que nous devions démontrer. »

Après avoir achevé la démonstration, STEVIN « argumente »; et les lettres A, O, O, qu'il intercale dans cette argumentation montrent son souci de bien nous faire sentir, que malgré la nouveauté de la méthode employée, la preuve est rigoureuse. Les trois lettres rappellent, en effet, que le syllogisme est en *baroco*, l'un des mots mnémoniques alors usités dans les écoles, pour graver dans la mémoire des élèves quelles étaient les formes correctes du syllogisme (1).

On remarquera du premier coup d'œil la différence radicale qu'il y a entre l'esprit de la démonstration d'ARCHIMÈDE et celui de la démonstration de STEVIN. STEVIN prouve l'équivalence du poids des triangles ADB, ADC par un raisonnement direct, vrai passage à la limite; et non plus par une réduction indirecte à l'absurde, comme le Syracusain. Chez l'un comme chez l'autre, le procédé est systématique. Dans mon premier mémoire, j'en ai emprunté à STEVIN d'autres exemples non moins intéressants, je n'y reviens pas.

Chez CAVALIERI, plus de quantités qui tendent vers zéro. C'est dans une lettre à TORRICELLI, datée de Bologne et du 29 octobre 1642, qu'il nous démontre à sa manière le même théorème (2). Ne nous étonnons pas de quelques négligences de style, dont il est coutumier. Mais, pour suivre aisément le raisonnement, je prie le lecteur de dessiner le triangle ABD, ainsi que la médiane AC. CAVALIERI dessine encore les médianes BE, DG, qui ne nous serviront pas (3), puis, il remplit la figure d'*indivisibles*, c'est-à-dire, de parallèles à BD équidistantes entre elles. On peut sans inconvénient ne pas les tracer sur le dessin.

« Il me semble, dit le Milanais, que les indivisibles donnent une grande facilité pour trouver le centre de gravité du triangle. En effet, le centre de chacune des lignes droites (indivisibles) proposées est situé en son milieu. On prouvera donc aisément que le centre de gravité du triangle ABD est sur la droite AC, qui divise BD en

(1) Dans ces mots mnémoniques, A, désigne la proposition générale affirmative; E, la proposition générale négative; I, la proposition particulière affirmative; O, la proposition particulière négative.

(2) *Opere di* EVANGELISTA TORRICELLI, edite da GINO LORIA ed GIUSEPPE VASSURA; t. III, Faenza, G. Montanari, 1919, p. 83.

(3) Elles ont pour but de permettre à CAVALIERI de prouver que le centre de gravité du triangle est au point de concours des médianes, par un raisonnement qui se devine, qu'on trouve déjà chez ARCHIMÈDE et chez STEVIN.

deux parties égales au point C. Car le centre de toutes les parallèles à BD et par conséquent le centre du triangle ABD, se trouve sur AC. »

C'est très court; cela fait soupçonner la vérité, comme l'eut dit ARCHIMÈDE (1); cela ne la démontre pas. TACQUET (2) et PASCAL (3) le diront plus tard, à leur tour, à propos de démonstrations analogues, la méthode de CAVALIERI ne devient rigoureuse qu'en donnant à ses indivisibles un sens conventionnel, et en substituant aux indivisibles des parallélogrammes infinitésimaux (4).

Mais, y apporter ce perfectionnement essentiel, c'est en revenir purement et simplement à la méthode de STEVIN! On regarde parfois, et non sans raison, CAVALIERI comme le père de l'analyse infinitésimale moderne. STEVIN fut à tout le moins un ancêtre, qui sut joindre la simplicité à la rigueur!

II

Si les démonstrations du *Waterwicht* n'ont pas laissé sur la science une trace aussi apparente que celles de la *Weeghconst*, elles nous paraissent cependant aujourd'hui encore plus curieuses, si possible. STEVIN leur a donné deux formes, qu'il nomme respectivement « démonstration mathématique » et « démonstration par nombres », il les applique toutes deux au théorème suivant (5) :

---

(1) Au commencement de la Prop. II de son traité de *La Méthode relative aux théorèmes mécaniques*. ED. HEIBERG, t. II, pp. 438-439; Trad. VER EECKE, p. 484.

(2) Dans la *Lettre de* DETTONVILLE *à* CARCAVY, qui parut pour la première fois à Paris, en 1658. *Les Grands Ecrivains de la France. Œuvres de* BLAISE PASCAL, publiées par LÉON BRUNSCHVICG, PIERRE BOUTROUX et FÉLIX GAZIER; t. VIII, Paris, Hachette, 1914, pp. 352-355. DETTONVILLE est, on le sait, un pseudonyme de PASCAL.

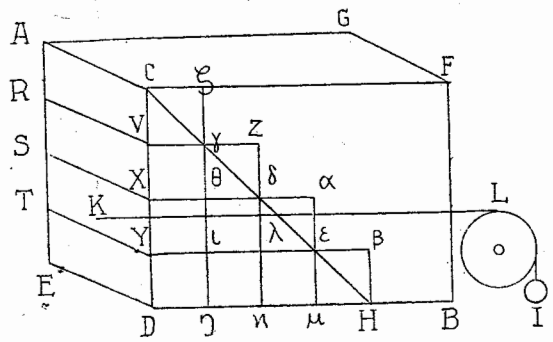
(3) ANDREAE TACQUET *e Societate Jesu Cylindricorum et Annularium Libri IV*. Antverpiae, Apud Jacobum Meursium, MDCLI. Scolie de la Prop. XII du Liv. I, pp. 23-24.

(4) Comme je l'ai fait remarquer, dans mon mémoire précédent, CAVALIERI me semble avoir très bien vu, que l'on pouvait aussi rendre sa méthode rigoureuse en joignant aux indivisibles la notion de *fluxion;* mais cette conception, d'ailleurs alors toute neuve, semble avoir échappé à la perspicacité de TACQUET et de PASCAL.

(5) *Waterwicht*, pp. 23-26; *Wis. Ged.* t. IV, pp. 134-137; *Hypomnemata*, t. IV, pp. 121-123; *Œuvres*, t. II, pp. 488-489.

THÉORÈME IX. PROPOSITION XI. (Fig. 3).

« *Sur un fond convenant*, traduit ALBERT GIRARD, *duquel le plus haut poinct est à fleur d'eau repose un poids égal à la demi-*



colonne d'eau de laquelle la base est pareille au dit fond, et sa hauteur égale à la perpendicule comprise entre les niveaux qui passent par le plus haut et le plus bas poinct dudit fond ».

Un fond convenant, *geschickt bodem*, dit le texte original : *fundum regulare*, traduit WILLEBRORD SNELLIUS ; littéralement, une paroi régulière. Que veut précisément signifier par là STEVIN ? Il serait assez étranger à notre sujet de le discuter. La chose nous importe d'ailleurs assez peu. Qu'il nous suffisse de dire, que dans la figure, il suppose la paroi rectangulaire, verticale, et, ayant deux de ses côtés parallèles à l'horizon.

Voici d'abord, la démonstration « mathémathique ».

« DONNÉE. Soit AB un vase plein d'eau, dont la paroi ACDE soit un parallélogramme (plus exactement, un rectangle) non parallèle, mais perpendiculaire à l'horizon, dont le plus haut côté AC est à fleur d'eau ACFG. Et soit AE la perpendiculaire abaissée du plus haut point de la paroi, jusqu'au plan parallèle à l'horizon passant par le point le plus bas de la paroi, c'est-à-dire, par ED ; et que AG soit quelconque.

« Menons la ligne DB parallèle à l'horizon ; marquons-y le point H, tellement que DH soit égal à DC. Tirons aussi la ligne CH, et désignons par ACHDE la moitié du prisme, qui aurait pour base ACDE et pour hauteur DH égal à AE.

« DEMANDE. Nous devons démontrer que le poids de l'eau, qui repose contre la paroi ACDE est équivalent au susdit demi-prisme ACHDE. C'est-à-dire pour déclarer le tout plus clairement, — que si I était un contre-poids, équipondérant à ACHDE, agissant sur une corde KL, parallèle à DH, et K le centre de gravité de l'effort de la poussée contre la paroi, le poids I équilibrerait exactement la poussée de l'eau, et maintiendrait la paroi ACDE en place, supposé qu'elle fut mobile. »

STEVIN explique, ensuite, sa *demande* d'une seconde manière superflue pour l'intelligence du raisonnement. La figure rend l'explication très claire.

« CONSTRUCTION. Soit divisé le côté AE en quatre parties égales aux points R, S, T et par là menées RV, SX, TY parallèles à AC. Soit aussi menées VZ, Xα, Yβ parallèles à DH, coupant CH en γ, δ, E, — et tellement que chacune des lignes γZ, δα, εβ, soit égale à Vγ. Soit ensuite menée par le point γ, la ligne Zη, parallèle à CD, coupant Xα en θ, et Yβ en ι ; de même la ligne Zκ, par δ, coupant Yβ en λ ; de même la ligne αμ, par ε ; finalement βH.

DÉMONSTRATION.

« Contre la paroi ACVR repose plus de poids que rien. Car, si la paroi était toute à fleur d'eau, rien ne reposerait contre elle ; mais, elle descend plus bas, donc il repose plus que rien contre elle.

« D'autre part, je dis qu'il repose moins contre elle que le corps d'eau ACζγVR. Car, si la paroi était menée par RV parallèlement à l'horizon, alors le dit corps ACζγVR y reposerait, d'après la 10e proposition ; mais elle vient plus haut, et par conséquent, il repose moins contre elle. »

La 10e proposition à laquelle STEVIN fait allusion, est le célèbre théorème : La poussée de l'eau, qui repose sur une surface plane parallèle à l'horizon, est égale au poids d'un cylindre d'eau ayant pour base la surface horizontale, et pour hauteur, la hauteur du liquide.

STEVIN continue :

« Je dis de même, que contre la paroi RVXS repose un poids plus fort que celui du corps ACζγVR. Car, si la paroi était menée par RV parallèlement à l'horizon, le poids de ce corps y reposerait, d'après la 10e proposition ; mais, la paroi descend plus bas ; il repose donc plus contre elle. Or, le corps RVγθXS est égal au corps ACζγVR. Il repose donc contre la paroi RVXS un poids plus fort que celui du corps RVγθXS.

« D'autre part, je dis qu'il repose moins contre elle que le corps ACζθXS. Car, si la paroi était menée parallèlement à l'horizon, par XS, alors le corps ACζθXS y reposerait, d'après la 10e proposition. Mais, elle vient plus haut ; il repose donc moins contre elle. Mais, le corps RVZδXS est égal au corps ACζθXS. Par conséquent, il repose moins contre la paroi RVXS que le corps RVZδXS ».

STEVIN reprend encore deux fois le même raisonnement, sans faire grâce au lecteur du moindre intermédiaire. Puis, il résume le raisonnement, résumé qu'ALBERT GIRARD écrit en tableau comme suit :

« Or, veut que contre

le fond (c. à d. la paroi)	AV	repose plus que	rien	et moins que	ACζγVR
	RX		RVγθXS		RδZ
	SY		SXδλYT		Sεα
	TD		TYεμDE		THβ

il s'en suit, que contre le fond (la paroi) entier, ACDE, reposera plus que les corps susdits ensemble, qui font le corps inscrit RVγθδλεμDE, dans la demi-colonne (c'est-à-dire le demi-prisme) ACHDE ; et que contre le dit fond (la paroi) ACDE entier, reposeront moins que les corps circonscrits ensemble, qui font le corps ACζγZδαεβHDE, lequel est circonscrit à la demi-colonne (au demi-prisme) ACHDE. »

Je reprends la traduction littérale du texte de STEVIN.

« Mais, que la paroi ACDE, qui a été divisée ci-dessus en 4 parties égales, le soit de même en 8 parties égales, il est clair que le corps inscrit dans le demi-prisme ACHDE, et le corps qui lui est circonscrit, ne différeraient plus alors de ce demi-prisme, que de la moitié de la différence, dont ils diffèrent maintenant. Il est donc *manifeste*, par une pareille division indéfinie de la paroi, qu'on ne saurait donner de poids, si petit soit-il, sans qu'on ne puisse montrer, — s'il y avait une différence — que le poids reposant contre la paroi ACDE, diffère encore moins du demi-prisme ACHDE.

« D'où, j'argumente ainsi.

« A. *Tout poids qui diffère du poids reposant contre la paroi* ACDE *de moins qu'on ne saurait donner, est égal au poids reposant contre la paroi* ACDE.

« I. *Le poids du demi-prisme* ACHDE *est un poids différent du poids qui repose contre la paroi* ACDE *de moins qu'on saurait donner.*

« I. *Donc, le poids du demi-prisme* ACHDE *est égal au poids qui repose contre la paroi* ACDE. » (1)

Voilà bien incontestablement un passage à la limite. Mais ce qui en fait le vrai intérêt, c'est la date de 1586 où STEVIN l'emploie. CANTOR (2) avait déjà appelé l'attention sur l'ancienneté de la date à laquelle STEVIN publia sa démonstration. Le professeur d'Heidelberg ne connaissait, cependant, cette démonstration que par les *Hypomnemata Mathematica* et ne la croyait que de 1608, c'est-à-dire, de 22 ans postérieure àsa date réelle.

(A continuer).

SUR L'ORTHOPOLE D'UN DIAMÈTRE DU CERCLE CIRCONSCRIT A UN TRIANGLE,

par M. V. THÉBAULT, à Ernée (France).

MANNHEIM est l'auteur d'une intéressante construction du point φ de FEUERBACH (*) qui nous a conduit à d'autres propriétés de points et de droites remarquables(**). Nous avons obtenu des propositions plus générales que nous croyons nouvelles.

1. Considérons un triangle ABC inscrit dans un cercle de centre O, P un point quelconque, P' son inverse triangulaire. Soient QRS, Q'R'S' les triangles podaires de ces points.

On sait d'abord que les cercles podaires QRS et Q'R'S' coïncident et que $PQ = P'\alpha'$, α' étant la seconde extrémité de la corde P'Q'. De plus, ce cercle podaire de centre ω contient les orthopôles ψ et ψ' de OP et OP'.

Soient L le point d'intersection où $\alpha'\psi$ rencontre la hauteur AA_h et N le point d'intersection de $\alpha'\psi$ et AP'. Considérons le cercle $\psi A_h Q P'_1$, P'_1 étant l'intersection de PQ avec ce cercle, et montrons qu'il passe par L. En effet, ψL, antiparallèle à $A_h Q$ par rapport à ψQ et $Q'\alpha'$, est par suite antiparallèle à $A_h Q$ par

(1) Par les lettres A, I, I, STEVIN fait observer que son syllogisme est en *Darii*, forme correcte.

(2) *Vorlesungen*, 2e éd. t. II, p. 578.

(*) *Bulletin de Mathém. élém.*, rédigé par M. CH. MICHEL, 1902, question 1200.

(**) NA, 1914-116 ; M, 1913-203.

rapport à ψQ et à la parallèle $A_h L$ à $Q'\alpha'$, ce qui montre que le quadrilatère $\psi L A_h Q$ est inscriptible. Dès lors, l'angle $A_h L P'_1$ est droit, LP'_1 est parallèle à BC et $PQ = AL$, puisque P'_1 est symétrique de P par rapport à la droite $B_m C_m$ des milieux de BA et AC.

Comme $P'\alpha' = PQ$, on a $AL = P'\alpha'$; la figure $ALP'\alpha'$ est un parallélogramme et N est le milieu de AP'. D'où ce théorème qui généralise la construction de MANNHEIM pour le point φ (*) :

On donne un triangle ABC *et deux points inverses triangulaires* P, P'. *Soient* Q, R, S *les projections de* P *sur* BC, CA, AB ; α, β, γ *les seconds points de rencontre du cercle podaire* ω *de* P *avec* PQ, PR, PS ; M_1, M_2, M_3 *les milieux de* AP, BP, CP. *Les droites* αM_1, βM_2, γM_3 *concourent à l'orthopôle* ψ' *du diamètre* OP' (*).

2. Les droites $\psi'\alpha$, $\psi'\beta$, $\psi'\gamma$ rencontrent les côtés $B_m C_m$, $C_m A_m$, $A_m B_m$ du triangle complémentaire de ABC en m_1, m_2, m_3. Une perpendiculaire à OP' coupant CA et AB en T, T', les triangles ATT' et $\psi' B_m C_m$ sont semblables ; une relation analogue concerne les triangles $\psi' C_m A_m$ et $\psi' A_m B_m$. On en déduit l'égalité (**).

$$c.\psi' C_m = a.\psi' A_m + b.\psi' B_m,$$

où l'on suppose $b < a < c$.

3. On sait que l'orthopôle ψ' de OP' est le centre de l'hyperbole équilatère ABCP. Ce centre est situé de plus sur la *conique* Σ *des neuf points* du quadrangle ABCP, laquelle contient les points A_m, B_m, C_m, M_1, M_2, M_3 et dont le centre Ω est celui des moyennes distances des sommets A, B, C, P.

Les triangles $A_m B_m C_m$ et $M_1 M_2 M_3$ sont symétriquement égaux, le centre étant Ω. Les points d'intersection m_1, m_2, m_3 des côtés de l'un avec les droites qui joignent les sommets correspondants de l'autre à un point ψ' de la conique Σ sont sur une même droite Δ_1 qui passe par le centre d'homothétie Ω (**).

(*) R. GOORMAGHTIGH, JV, 1914-69.

(**) Plus généralement : *Si deux triangles homologiques* $A_m B_m C_m$ *et* $M_1 M_2 M_3$ *sont inscrits à une même conique* Σ, *les points de rencontre des côtés de l'un avec les droites qui joignent les sommets correspondants de l'autre à un point* ψ' *de la conique sont sur une même droite* Δ_1 *qui passe par le centre d'homologie* Ω *des deux triangles.*

ts C, D *comme points de*
également l'enveloppe de la
γ et à l'hyperbole dont une
qui passe par les points B, E
en un point variable.

ce γ par une circonférence
C et ayant pour centre un
, le lieu du point M′ est le

$2\beta y - a^2)^2 = 0.$

pour la circonférence γ une
t dont le centre est un point
et qui coupe cependant l'axe
le lieu du point M′ est la

$+ \beta^2 - R^2)^2 = 0.$

rapport à l'axe des *y*. Les
laux, cuspidaux ou acnodaux
férieure, égale ou supérieure
ole A est isolé, cuspidal ou
est extérieure, tangente ou
rsque le point A étant isolé,
la courbe a une forme ana-
it s'appeler *bicorne crunodal.*
numéros ci-dessus 1 et 4
lle de quartiques circulaires.

écembre 1895, M. MATZ demande
s et les volumes engendrés par
les axes coordonnés.

pression

/3 — 27)

t que nous ne pouvons consulter.

2. M. WIELEITNER considère le cas de deux circonférences coplanaires quelconques de centres O, O′ et le lieu d'un point M situé à l'intersection d'une parallèle à la ligne des centres OO′ menée par un point variable M′ de l'une des circonférences avec la polaire de M′ par rapport à l'autre.

3. Dans IM, 1915-24, M. THÉO signale une analogie frappante entre le bicorne de Miss SCOTT et une quartique étudiée dans la *Revue de Math. spéciales*, 1913-116 et demande une étude comparative des deux courbes. (J. N.)

LE CALCUL INFINITÉSIMAL CHEZ SIMON STEVIN (1),

par M. H. BOSMANS S. J.

STEVIN avait nommé la démonstration que nous venons de donner : « 1er Exemple ». Il est sans intérêt de nous arrêter au 2e et au 3e. Mais, il applique sa démonstration *par nombres* au 4e Exemple. La voici :

4e EXEMPLE (2).

« Nous avons donné ci-dessus trois exemples par démonstrations mathématiques, qui montrent, il est vrai, mieux que l'autre, le fondement de la chose ; vu cependant que la démonstration par nombres, n'est pas à dédaigner pour une plus parfaite perception de l'ensemble, nous traiterons ce 4e exemple par les nombres.

« DONNÉE. Soit AB un vase plein d'eau dont nous supposerons la paroi (ACDE) carrée et perpendiculaire sur l'horizon. Supposons que le côté supérieur ait un pied et soit à hauteur du niveau supérieur de l'eau ACFG ; que AE ait aussi un pied, mais AG peut être aussi long qu'on voudra. »

La paroi étant cette fois carrée, au lieu d'être simplement rectangulaire, STEVIN donne ici une nouvelle figure. Je conserve celle de la

---

(1) Suite, voir M, 1923-55.

(2) *Waterwicht*, pp. 29-31 ; *Wis. Ged.* t. IV, pp. 139-141 ; *Hypomnemata*, t. IV, pp. 125-129; *Œuvres*, t. II, pp. 490-491. STEVIN, dans le texte original flamand, est plus clair, et surtout plus précis, qu'ALBERT GIRARD, dans la traduction française des *OEuvres*.

démonstration précédente, mais en changeant en conséquence les lettres dans le raisonnement.

« DEMANDE. Nous devons démontrer par nombres, que le poids de l'eau reposant contre la paroi ACDE, vaut la moitié du prisme d'eau, ayant pour base et pour hauteur la perpendiculaire AE. Mais ce prisme est un cube d'un pied. Nous devons donc démontrer qu'il repose contre la paroi ACDE le poids d'un demi-pied (cube) d'eau.

« *Construction.* Divisons la paroi par trois lignes parallèles à AC, par exemple, RV, SX, TY ; de telle manière que AR soit égal à RS, à ST, et à TE.

DÉMONSTRATION.

« Il est clair que contre la paroi AV repose plus que 0 (plus que rien) ; car, si cette paroi était menée par AC parallèlement à l'horizon, il reposerait 0 sur la paroi ; mais elle descend plus bas ; il repose donc contre elle plus que 0.

« Je dis, d'autre part, qu'il repose moins contre elle que $\frac{1}{16}$ de pied. Car si la paroi était menée par RV parallèlement à l'horizon, il reposerait $\frac{1}{16}$ de pied sur elle. Mais, elle va plus haut. Il repose donc moins de $\frac{1}{16}$ de pied contre elle.

« Pour une raison semblable, il est évident que contre la paroi RX, repose plus de $\frac{1}{16}$, et moins de $\frac{2}{16}$; contre la paroi SY, plus de $\frac{2}{16}$, et moins de $\frac{3}{16}$; contre la paroi TD plus de $\frac{3}{16}$, et moins de $\frac{4}{16}$.

« Ajoutez maintenant les quatre poids — admettant que 0 soit un poids — qui sont plus légers que ceux qui pèsent contre les diverses parois, c'est-à-dire, 0, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$; ils font ensemble $\frac{6}{16}$.

« Ajoutez de même les quatre poids, qui sont plus lourds que ceux qui pèsent contre les diverses parois, c'est-à-dire, $\frac{1}{16}$, $\frac{2}{16}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{4}{16}$; ils font ensemble $\frac{10}{16}$.

« Il est donc évident, que contre la paroi entière ACDE, il repose plus de $\frac{6}{16}$ de pied, et moins de $\frac{10}{16}$. Entre ces valeurs se trouve $\frac{1}{2}$ pied, que nous devons démontrer reposer contre la paroi ACDE.

« Or, comme la paroi a été ci-dessus divisée en quatre parties égales par trois lignes, ainsi pouvons nous la diviser en autant de parties que nous voulons, par exemple, en 10. Pour les raisons précédentes, les dix poids qui sont plus légers que ceux que pèsent respectivement contre les parois sont

$$0, \frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{7}{100}, \frac{8}{100}, \frac{9}{100}, \text{ ensemble } \frac{45}{100}.$$

« Et de même les dix poids qui sont plus lourds que ceux qui pèsent respectivement contre chacune des parois sont

$$\frac{1}{100}, \frac{2}{100}, \frac{3}{100}, \frac{4}{100}, \frac{5}{100}, \frac{6}{100}, \frac{7}{100}, \frac{8}{100}, \frac{9}{100}, \frac{10}{100},$$

qui font ensemble $\frac{55}{100}$.

« Il est donc évident que contre la paroi ACDE il repose plus de $\frac{45}{100}$ de pied, et moins de $\frac{55}{100}$. Entre ces deux valeurs se trouve $\frac{1}{2}$ pied, que nous devons démontrer reposer contre la paroi ACDE. Mais, ces deux limites sont plus rapprochées d'un demi-pied que les deux premières. Car, $\frac{45}{100}$ diffère moins de $\frac{1}{2}$ que $\frac{6}{16}$; et $\frac{55}{100}$ diffère moins de $\frac{1}{2}$ que $\frac{10}{16}$. D'où l'on voit que plus nous divisons la paroi ACDE en un nombre de plus en plus grand de parties égales, plus nous nous rapprochons constamment d'un demi-pied.

« Ceci étant ainsi compris, *t' welck soo verstaen synde* (c'est-à-dire : ceci posé) supposons, si c'était possible, qu'il repose contre la paroi ACDE $\frac{1}{1000}$ de pied, en plus ou en moins d'un demi-pied ; et cherchons à contrôler l'exactitude de cette hypothèse. Pour cela divisons, par la pensée, la paroi en 1000 parties égales comme ci-dessus.

« Alors, pour les raisons précédentes, les mille poids qui reposent contre les parois respectives sont 0, $\frac{1}{1\,000\,000}$, $\frac{2}{1\,000\,000}$ et ainsi de suite jusqu'au dernier, qui sera $\frac{999}{1\,000\,000}$. Additionnons ensemble — d'après une méthode d'addition abrégée que nous donnerons ci-dessous, — ils feront $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$. »

En notations modernes, cette méthode d'addition abrégée consiste à remarquer, que si on pose

$$S_n = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2}, \qquad S_{n-1} = \frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n-1}{n^2},$$

on en tire

$$S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n}, \qquad S_{n-1} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2n}, \tag{1}$$

ce qui est évident, puisque

$$S_n = \frac{1}{n^2} \cdot \frac{n(n+1)}{2}.$$

« De même, continue STEVIN, les mille poids plus lourds que ceux qui pèsent contre les parois respectives sont $\frac{1}{1\,000\,000}$, $\frac{2}{1\,000\,000}$, $\frac{3}{1\,000\,000}$ et ainsi de suite, jusqu'au dernier, qui sera $\frac{1\,000}{1\,000\,000}$. Ils font ensemble $\frac{100\,500}{1\,000\,000}$. Il repose donc contre la paroi plus de $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$ et moins de $\frac{500\,500}{100\,0000}$.

« Mais, $\frac{499\,500}{1\,000\,000}$ n'est que de $\frac{1}{2000}$ inférieur à $\frac{1}{2}$; donc, il ne repose pas contre la paroi $\frac{1}{1000}$ de pied, moins qu'un demi-pied. De même $\frac{500\,500}{1\,000\,000}$ n'est que de $\frac{1}{2000}$ supérieur à $\frac{1}{2}$; donc il ne repose pas contre la paroi $\frac{1}{1000}$ en plus d'un demi-pied.

« Et ainsi on démontrera la même chose, pour toute fraction donnée, si petite soit-elle. Il est donc évident, que la différence, s'il pouvait y en avoir une, entre l'eau qui repose contre la paroi ACDE est inférieure à celle qui a été supposée.

« D'où, j'argumente ainsi :

« A. *Entre un poids quelconque et un demi-pied d'eau, s'ils sont différents, on peut trouver un poids moindre que leur différence.*

« O. *Or, entre le poids qui repose contre la paroi* ACDE, *et* $\frac{1}{2}$ *pied d'eau, on ne peut donner aucun poids moindre que leur différence.*

« O. *Donc, le poids qui repose contre la paroi* ACDE *n'est en rien différent d'un demi-pied d'eau.* » (1)

Encore une fois, voilà un raisonnement qui n'a plus du tout la forme indirecte d'une réduction à l'absurde dans le style d'ARCHIMÈDE ; mais, c'est un vrai passage à la limite, dans lequel STEVIN, a au préalable, rigoureusement démontré l'existence de la limite. Car, en quoi consiste le passage à la limite, si non, dans la forme directe donnée aux raisonnements par l'absurde qui s'appuient sur la méthode infinitésimale ? Le raisonnement de STEVIN, qu'on veuille bien le remarquer se condense dans les deux formules (I) données ci-dessus.

Or, il a démontré que $\lim \frac{1}{2n} = 0$. D'où

$$\lim S_n = \lim S_{n-1} = \frac{1}{2}.$$

Concluons.

Il y a dix ans, comme je l'ai dit, au début de ce travail, j'avais déjà appelé l'attention, et même avec plus de détails à l'appui qu'aujourd'hui, sur l'importance du rôle joué par STEVIN, dans l'histoire du calcul infinitésimal. La guerre aidant, cette première étude passa à peu près inaperçue. Le lecteur belge me pardonnera d'avoir repris le sujet, tout en n'ayant pas été en mesure d'y ajouter beaucoup de neuf. Notre grand compatriote est trop ignoré et j'ai à cœur de le faire connaître.

Dans l'histoire ancienne de l'analyse infinitésimale ARCHIMÈDE est hors de pair. Il y plane si haut, que jusqu'à la fin du XVIe siècle, personne n'osa s'écarter de ses méthodes. En 1586, STEVIN, le premier, vit qu'on pouvait les simplifier, en restant rigoureux. Il débarrassa les raisonnements du Syracusain des détours savants, mais compliqués, de la méthode d'exhaustion, pour leur donner la forme plus simple, quoique encore un peu fruste, de notre méthode des limites. Même en Belgique, nous l'avons presque oublié. (2)

---

(1) On remarquera, qu'après avoir prouvé l'existence de la limite, STEVIN n' « argumente » plus dans la même forme que la première fois. Au lieu d'être en *Darii*, son syllogisme est de nouveau en *Baroco*.

(2) Pour prouver à quel point STEVIN est parfois méconnu, même par des historiens d'ailleurs estimables, je dirai, que dans deux bons articles sur l'histoire du calcul infinitésimal, que M. WALLNER a donné, en 1903, dans la *Bibliotheca Mathematica*, STEVIN n'est pas nommé, alors qu'il eut dû y être mis en vedette. (3e sér. t. IV. Leipzig, Teubner. *Ueber die Entsehung des Grenzbegriffs*, pp. 246-259; *Die Wandelungen des Indivisibilienbegriffs*, pp. 28-47). Il ne faut, probablement, accuser de cet oubli, que la rareté des premières éditions de STEVIN. M. WALLNER n'aura, sans doute, eu à sa disposition que celle des *OEuvres*. Or je le répète, en 1634 les idées de STEVIN sur l'analyse infinitésimale, vieilles de près d'un demi-siècle, avaient perdu leur nouveauté.