

# REMARQUES

SUR

l' « Arithmétique » de Simon Stevin

par M. H. BOSMANS S. J.

## REMARQUES SUR L'« ARITHMÉTIQUE » DE SIMON STEVIN

SIMON STEVIN naquit à Bruges, en 1548, et mourut, en 1620, dans les Pays-Bas Septentrionaux, mais on ne sait au juste en quelle ville. De tous les Belges, c'est le savant dont l'influence sur le développement général de la science a été la plus profonde. Pendant sa jeunesse, nous le trouvons caissier d'une maison de commerce à Anvers. Plus tard, à la suite de circonstances aujourd'hui oubliées, il passa au service de MAURICE DE NASSAU, qui le tenait en singulière estime et l'employait couramment comme ingénieur, dans les travaux techniques, civils et militaires, qu'il entreprenait. A ses heures de loisir, MAURICE se faisait aussi donner, par STEVIN, des leçons sur les branches théoriques et appliquées les plus relevées de la science du temps. Malgré le puissant patronage d'un si haut protecteur, STEVIN restait la modestie même. Il se mettait si peu en évidence, que nous ne le connaissons plus guère que par ses ouvrages. Ceux-ci ont été l'objet de travaux nombreux. Le meilleur à consulter pour prendre une première connaissance de STEVIN est le *Mémoire sur la Vie et les Travaux de Simon Stevin*, par STEICHEN. Bruxelles, Van Dale, 1846. L'auteur connaît bien le sujet, et il eut été difficile de faire mieux à l'époque où ce *Mémoire* parut; aussi eut-il alors grand et légitime succès. Au point de vue purement biographique, on trouve, cependant, des renseignements plus nombreux dans la *Notice sur la Vie et les Travaux de Simon Stevin de Bruges*, par FÉLIX-VICTOR GOETHALS, Bruxelles, 13 décembre 1841. (Sans nom d'imprimeur). La ville de Bruges a élevé une statue à STEVIN en 1845.

L'*Arithmétique* de SIMON STEVIN occupe une place importante dans l'histoire de l'Arithmétique et de l'Algèbre. Je dis l'« Algèbre », car il faut entendre ce titre d'*Arithmétique* dans le sens d'*Arithmetica Integra*, Arithmétique complète, comme l'entendait MICHEL STIFEL<sup>(1)</sup>. Nous substituerions aujourd'hui à cette expression latine, celle d'« Arithmétique jusque et y compris la haute Algèbre ». L'*Arithmétique* de STEVIN marque le point culminant atteint par l'Algèbre avant les grands perfectionnements que VIÈTE lui apporta.

Dans un ouvrage récent<sup>(2)</sup>, M. PIERRE BOUTROUX, Professeur au Collège de France, a dit, que l'*Arithmétique* était l'« ouvrage principal » de STEVIN. Ce n'est pas la note juste. La palme doit être réservée aux travaux de STEVIN relatifs à la Statique et à l'Hydrostatique. Cette mise au point ne retrécit d'ailleurs en rien la place que l'*Arithmétique* de STEVIN tient dans le développement de la science. Aussi le beau livre du Brugeois mériterait-il sans doute une analyse méthodique et complète, analogue à celles que j'ai consacrées ailleurs à d'autres algèbres du XVI<sup>e</sup> siècle. Mais,

(1) *Arithmetica Integra*, Autore MICHAEL STIFELIO... Nrimbergae apud Iohan. Petrium... M.D.XLIII.

(2) *Les Principes de l'Analyse Mathématique. Exposé historique et critique*, t. II, Paris, Hermann, 1919, p. 471.

elle remplirait vite plusieurs numéros de *Mathesis*. Il faut donc me borner à quelques remarques essentielles, comme je l'annonce au titre. Mon but serait atteint, si ces indications sommaires piquaient la curiosité des lecteurs et les engageaient à lire STEVIN lui-même.

Mais, pour leur épargner des déceptions et leur éviter de longues et souvent infructueuses recherches, je leur rappellerai d'abord quelques données bibliographiques.

L'*Arithmétique* parut une première fois à Leyde, en 1585, dans la succursale que le grand imprimeur anversois, CHRISTOPHE PLANTIN, possédait en cette ville. Elle fut rééditée deux fois par ALBERT GIRARD, toujours à Leyde, mais chez les ELZÉVIER; la première fois, en 1625; la seconde, en 1634, dans le gros in-folio des *Euvres Mathématiques de Simon Stevin de Bruges*, dont elles forment le tome I. STEVIN compléta son *Arithmétique* par deux additions très importantes, quoique fort courtes, qu'il publia de son vivant.

La première est intitulée *Appendice algébrique*. C'était une toute petite brochure de six pages, imprimée dans le format et avec les caractères de la première édition de l'*Arithmétique*. Elle parut encore à Leyde, chez PLANTIN, en 1594. J'y reviendrai tantôt. STEVIN en donna une seconde édition, en 1608, dans ses rarissimes *Mémoires Mathématiques* <sup>(1)</sup>, traduits par JEAN TUNING. Cette édition est conforme à la première. Mais STEVIN a eu, cependant, l'idée malencontreuse, du moins à notre point de vue, de supprimer le préambule et la *Note finale*, qui renfermaient des renseignements curieux sur les circonstances dans lesquelles se publia l'*Appendice*.

La seconde addition à l'*Arithmétique*, renferme le procès-verbal, si je puis le dire ainsi, d'une discussion scientifique que STEVIN eut avec son illustre élève MAURICE DE NASSAU, à propos du Problème XIX du second

(1) Les *Mémoires Mathématiques* furent écrits, sans plan d'ensemble, à la prière de MAURICE DE NASSAU, qui les emportait en manuscrit avec lui dans toutes ses campagnes. MAURICE faillit un jour les perdre dans une échauffourée militaire. Pour parer à l'éventualité d'un tel malheur, il pria l'auteur de les publier. STEVIN les fit paraître simultanément en trois langues, flamand, latin et français. Les trois éditions présentent la même particularité d'être datées de 1605, à l'exception du cinquième et du premier volume qui sont de 1608. Il faut l'expliquer par ce fait, que le cinquième et dernier volume ainsi que le titre du premier ne furent imprimés que lorsque le reste de l'ouvrage était achevé. Les titres sont tous assez longs. Les voici en abrégé :

*Wisconstige Gedachtenissen*... Beschreven deur SIMON STEVIN van Brugghe. Tot Leyden. Inde Druckerye van Jan Bouwensz. Int Jaer M.DC.VIII. C'est l'édition originale de la plume de STEVIN.

*Hypomnemata Mathematica*... A SIMONE STEVINO conscripta, et e Belgico in Latinum conversaa Wil. Sn. Lugduni Batavorum. Ex Officina Ioannis Patii... M.DC.VIII. Cette traduction due à WILLEBRORD SNELLIUS (à part la *Limeneuretica*,

livre de DIOPHANTE. Les conclusions auxquelles ils aboutirent furent publiées avec la deuxième édition de l'*Appendice* dans les *Mémoires Mathématiques* <sup>(1)</sup> traduits par JEAN TUNING.

Tous ces détails doivent être bien retenus, car la seule édition de STEVIN qui soit accessible à la plupart des mathématiciens est celle de ses œuvres, connue très improprement sous le nom d'*Euvres complètes*. Ces œuvres, soit disant complètes, ne renferment, en effet, aucun des écrits de STEVIN sur l'Economie politique et ne contiennent pas même tous ses ouvrages mathématiques. Or, elles portent ce titre troublant : *Les Œuvres Mathématiques de Simon Stevin, augmentées par Albert Girard*. Le grand historien des mathématiques, MAURICE CANTOR, ne disposait que de cette seule édition. Mais, il ne manqua pas de dire, combien l'impossibilité de recourir aux éditions originales lui rendait difficile le départ à faire entre ce qu'il fallait attribuer à STEVIN et les additions d'ALBERT GIRARD.

Nous sommes mieux placés en Belgique qu'à Heidelberg pour résoudre ce problème <sup>(2)</sup> et j'ai cru pouvoir l'essayer par une Note publiée dans les *Annales de la Société Scientifique* <sup>(3)</sup>. En voici les conclusions :

traduite de la *Havenvinding*, par HUGO GROTIUS) est complète. C'est elle qui fit la réputation de STEVIN à l'étranger.

*Mémoires Mathématiques*... Descriit Premièrement en Bas Alleman par SIMON STEVIN de Bruges, translaté en François, par JEAN TUNING, Licentié es Loix, et Secrétaire de Monseigneur le PRINCE HENRY, COMTE DE NASSAU. A Leyde chez Jan Paedts Jacobsz... M.DC.VIII. Cette édition fut interrompue par des difficultés que STEVIN eut avec son imprimeur, qui trouvait que l'ouvrage traînait en longueur et somma l'auteur de livrer la fin du manuscrit, sous peine d'interrompre l'impression. C'est ce qui arriva. L'édition française n'a que les tomes I, II, V, et la moitié du tome III.

Dans les trois éditions, la seconde édition de l'*Appendice algébrique* se trouve au commencement du tome V, où ils forment le ch. 2 des *Annotations Arithmétiques*.

(1) Au tome V, où elle forme le ch. 1 des *Annotations Arithmétiques*. Les éditions flamande et latine des *Mémoires* les ont à la même place.

(2) Sauf indication contraire, la Bibliothèque Royale de Belgique possède toutes les éditions que je cite dans ce travail. J'ai dû nécessairement être fort court dans mes descriptions bibliographiques. Le lecteur qui désirera des renseignements plus complets, les trouverait dans la *Bibliotheca Belgica*, par le Conservateur en chef et les Bibliothécaires de l'Université de Gand, 1<sup>re</sup> série, tome XXIII, au mot *Simon Stevin*. Cet ouvrage qui donne une description de chaque édition de STEVIN, si complète, qu'elle en constitue une analyse, ne saurait être trop recommandé à ceux qui abordent l'étude de STEVIN. Ils y trouveront notamment, pour chaque édition, quelles sont les principales Bibliothèques publiques belges, qui les possèdent. Quand l'une d'elles au moins la possède ! Il faut, hélas ! parfois recourir à l'étranger !

(3) T. XXXV. Louvain, Centerick, Année 1910-1911. *Notes sur l'Arithmétique de Simon Stevin*. Ch. II. A propos d'un doute de M. MAURICE CANTOR relatif à l'édition des *Euvres Mathématiques* de SIMON STEVIN donnée par ALBERT GIRARD, 2<sup>e</sup> partie, pp. 305-313.

Quand ALBERT GIRARD fait des additions au texte de STEVIN, ou quand il corrige ce texte, il en avertit toujours le lecteur, la plupart du temps en faisant précéder le passage modifié par les deux mots : ALBERT GIRARD.

Ensuite quand ALBERT GIRARD possède un texte français de la plume de STEVIN lui-même, ou une traduction française faite sous les yeux et sous la direction de STEVIN par JEAN TUNING, il les reproduit sans changements. Les changements de GIRARD ne consistent d'ailleurs jamais en une vraie correction de la rédaction primitive, à de rarissimes exceptions près, mais en une simple suppression des éclaircissements didactiques ou historiques que STEVIN donne dans les passages omis.

Enfin, quand GIRARD doit traduire lui-même un mémoire flamand de STEVIN, souvent il abrège. J'évite intentionnellement de dire : il résume. Car, le procédé du traducteur consiste à faire des coupures dans le texte original, en omettant des phrases, qui à son gré font double emploi, ou donnent des explications évidentes et inutiles. D'ordinaire GIRARD n'est pas heureux dans ces suppressions. Aussi, quand on le peut, vaut-il toujours mieux étudier STEVIN dans le texte flamand, ou dans la traduction latine de WILLEBROD SNELLIUS, qui est fidèle et complète.

Par bonheur la question préalable de CANTOR ne se pose pas à propos de l'*Arithmétique*. On peut se servir indifféremment des trois éditions, pourvu qu'on n'y perde pas de vue un changement de détail. Les deux suppléments de STEVIN n'y viennent pas à la fin, comme on pourrait s'y attendre, mais ils ont été introduits dans le corps de l'ouvrage, à leur place naturelle <sup>(1)</sup>.

L'*Appendice* est réédité d'après la seconde édition ; donc, sans combler les suppressions que STEVIN lui-même y avait faites. Quant au problème 19 du Livre II de DIOPHANTE, GIRARD n'en réédite que la partie mathématique, en rappelant toutefois dans une note que STEVIN en attribue la solution à « Son Excellence », c'est-à-dire, à MAURICE DE NASSAU.

Entrons, enfin, en matière. Par son *Arithmétique*, STEVIN a fait faire à la science notamment trois grands progrès : il l'a dotée de la théorie des fractions décimales ; il lui a montré le moyen de résoudre, par une démonstration et une formule unique s'appliquant à tous les cas, l'équation du 2<sup>d</sup> degré ; il a publié, le premier, une méthode régulière, simple et sûre, pour résoudre les équations numériques de tous les degrés.

1<sup>o</sup> Le plus populaire, sinon le plus beau titre de gloire de SIMON STEVIN est celui d'*Inventeur* des fractions décimales. Eh bien ! énoncé en ces

(1) La solution du Problème XIX du 2<sup>e</sup> livre de DIOPHANTE : Ed. 1624, pp. 467-470 ; Ed. 1634, tome I, pp. 117-118.

L'*Appendice* algébrique : Ed. 1625, pp. 351-355 ; Ed. 1634, tome I, p. 88. STEVIN fait de l'*Appendice* l'objet d'une *Règle*, qu'il place entre les *Problèmes* LXXVII et LXXVIII.

termes, c'est inexact. M. GRAVELAER de Deventer <sup>(1)</sup>, et M. DAVID-EUGÈNE SMITH de New-York <sup>(2)</sup> ont montré dans d'excellents articles, qu'il y avait de multiples et bien anciens exemples d'emploi des fractions décimales, avant STEVIN. Il n'y a rien à y répondre, si ce n'est que ce mot d'*Inventeur* devrait être proscrit de l'histoire des Mathématiques. Il ne tient pas compte de la marche lente et continue de la science. Prétant à l'équivoque, l'effet le plus ordinaire de son emploi est d'enlever la gloire d'un progrès au vrai savant auquel il est dû, pour en reporter, à tort, l'honneur sur des personnalités du 2<sup>d</sup> ou du 3<sup>e</sup> ordre, parfois même sur des individualités sans mérite d'aucune sorte. La cause de cette erreur trop fréquente provient de ce que, faute de loisirs, la plupart des mathématiciens sont obligés de s'en tenir à des manuels d'histoire, qui ne sauraient eux-mêmes entrer dans le détail. Il me serait aisé de montrer, par exemple, que personne ne fut moins l'*Inventeur* de la Géométrie analytique que DESCARTES. Or cela ne diminue en rien, à mon sens, le grand rôle que DESCARTES joua, dans les progrès de cette branche de la Géométrie.

Il en est de même de STEVIN, non seulement à propos des fractions décimales, mais encore — ce qui est peut-être plus important, quoique moins connu — dans l'histoire du système décimal des poids et mesures. Le Brugeois a résumé ses idées sur ces sujets dans « La Disme », qui est le titre d'un des chapitres <sup>(3)</sup> de son *Arithmétique*. Mais pour les vulgariser, il offrit au public, en même temps que son *Arithmétique*, une petite brochure de 36 pages, intitulée *De Thiende*, <sup>(4)</sup> qui n'était d'ailleurs que la rédaction première de la *Disme* ; car en publiant celle-ci, l'auteur prit soin de nous apprendre qu'elle fut « Premièrement descripte en Flameng et maintenant convertie en François par SIMON STEVIN de Bruges ». La *Thiende* est devenue aujourd'hui à peu près introuvable.

(1) *De Notatie der decimale Breuken*, publié dans *Nieuw Archief voor Wiskunde*, 2<sup>e</sup> série, t. IV. Amsterdam, 1899. Je n'ai sous la main que le tirage à part.

(2) *The invention of the decimal fraction*, publié dans *Teachers College Bulletin*, 1<sup>e</sup> série, n<sup>o</sup> 5, New-York, 1910-1911.

(3) Dans ses *Führer durch die mathematische Litteratur* qui forment le n<sup>o</sup> 27 des *Abhandlungen zur Geschichte der Mathematischen Wissenschaften*, Leipzig, Teubner, 1909, FÉLIX MÜLLER indique l'ouvrage suivant (p. 69) :

SIMON STEVIN. La Disme enseignant facilement expédier par nombres entiers sans rompre tous comptes se rencontrant aux affaires des hommes, Leyde, 1585, 7 S. fol.

Sauf meilleure information, je crois qu'il y a là une confusion. La « Disme » ne parut pas, en 1585, sous forme de brochure séparée. Les sept pages dont il s'agit, — si elles existent, — ne sont probablement qu'une espèce de tiré à part, des *Œuvres Mathématiques de Simon Stevin de Bruges*, publiées en 1634, à Leyde, par ALBERT GIRARD.

(4) *De Thiende*... Beschreven door SIMON STEVIN van Brugghe. Tot Leyden, By Christoffel Plantijn, M.D.LXXXV.

On en connaît, je crois, encore trois exemplaires. J'ai consacré à celui qui a échappé à l'incendie de l'Université de Louvain, une étude très détaillée, dans la *Revue des Questions Scientifiques* (1). Il faut surtout en retenir ceci :

Tout d'abord, que STEVIN, frappé des avantages d'écriture et de calcul qu'offraient les fractions décimales, vit à l'évidence qu'on pouvait les appliquer systématiquement et sans peine à toutes les opérations fondamentales du calcul numérique. La *Thiende* et sa traduction française la *Disme* sont les plus anciens manuels où l'on trouve l'exposé régulier, détaillé et complet de l'addition, de la soustraction, de la multiplication et de la division des fractions décimales. La racine carrée et la racine cubique y sont traitées beaucoup plus en abrégé. Je ne dois pas rappeler avec quel retentissement l'idée de STEVIN, alors absolument neuve, fit aussitôt fortune. Il ne faut rien rabattre de la gloire que sa méthode de calcul valut alors à notre compatriote. Reconnaissons, cependant, que la notation de l'auteur est lourde. Aussi fut-elle vite remplacée par d'autres beaucoup plus commodes. Elle consiste à accoler à chaque chiffre décimal significatif, la puissance convenable de la fraction  $\frac{1}{10}$ ; puissance que STEVIN se contente d'indiquer par son seul exposant écrit au centre d'un petit cercle (\*). Le chiffre des unités est affecté de  $(\frac{1}{10})^0$ . D'après les nécessités du calcul, ou de la typographie, les cercles se placent, soit à droite, soit au-dessus, soit au-dessous du chiffre significatif. Ainsi, par exemple, en remplaçant les petits cercles par de doubles parenthèses, le nombre fractionnaire 57,839 s'écrirait indifféremment

$$57(0)(1)(2)(3) \quad 57(0)(1)(2)(3) \quad 57(0)(1)(2)(3)$$

(1) T. 77, Louvain, Ceuterick, janvier 1920, pp. 109-138. Les deux autres exemplaires de la *Thiende* appartiennent à la Bibliothèque du Musée Plantin, à Anvers, et à la Bibliothèque municipale de Rotterdam. Je dois ce dernier renseignement à l'obligeance de M. BÜCHNER, Bibliothécaire à la Bibliothèque de l'Université de Leyde.

Pour peu qu'un Belge étudie de l'histoire des sciences, il se sent confus de constater combien l'admiration de ses compatriotes pour leurs gloires scientifiques nationales reste purement platonique. Nous venons de perdre, pendant la guerre, le seul exemplaire encore connu de l'édition princeps, si importante, de l'*Appendice algébrique* de STEVIN. J'y reviendrai tantôt. Pour empêcher que pareil malheur n'atteigne un jour la *Thiende*, il y a longtemps que cette minuscule brochure eut dû être reproduite, sinon par la photographie, du moins par le procédé anastatique, relativement peu coûteux, et offrant la même garantie documentaire.

(2) Voir les figures à la page suivante.

### 16 S. STEVINS III. VOORSTEL VAN DE MENICHVULDIGHEN.

Wesende ghegeven Thiendetal te Menichvuldighen, ende Thiendetal Menichvulder: haer Vytbreng te vinden.

T GHEGHEVEN. Het sy Thiendetal te Menichvuldighen 32 @ 5 7 3, ende het Thiendetal Menichvulder 89 @ 4 6 3. Te verkerken. Wy moeten haer Vytbreng vinden.

WERCKING. Men sal de gegeve getale in oorden stellen als hier nevé.  
Menichvuldighende naer de gemeene maniere van Menichvuldighen met heele ghetalen aldus:  
Gheeft Vytbreng (door het 3<sup>e</sup> Prob. onser Fran. Arith.) 29137122: Nu om te weten wat dit sijn,

men sal verghaderen beyde de laatste gegeven tekenen, welcker een is 3, ende het ander oock 3, maecten tamen 9, waer uyt men besluyen sal, dat de laatste cijffer des Vytbrengs is 3, welcke bekent wesende soo sijn oock (om haer volghende oorden) openbaer alle dander. Inder voughen dat 2913 @ 7 1 3 2 1 2 4, sijn het begheerde Vytbreng. Bewys. Het ghegeven Thiendetal te menichvuldighen 32 @ 5 7 3, doet (als

Thiende. blijft door de derde Bepaling) 32 @ 5 7 3, maecten tamen 32 17, Ende door de selve reden blijft den Menichvulder 89 @ 4 6 3, weerdich te sijn 89 46, met de selve vermenichvuldicht de voornemde 32 17, gheeft Vytbreng (door het 1<sup>e</sup> probleme onser Francken Arith.) 2913 7122; Maer soo veel is oock weerdich den voornemden Vytbreng 2913 @ 7 1 3 2 1 2 4, het is dan den waren Vytbreng, welck wy bewijzen moesten. Maer om nu te bespreken de reden waerom 3 vermenichvuldicht door 3 gheeft Vytbreng (welck de somme der ghetalen is) 9. Waerom 3 met 3, geeft Vytbreng 9, ende waerom 3 met 3 gheeft 9, etc. soo, laet men nemen  $\frac{1}{10}$  ende  $\frac{1}{10}$  (welcke door de derde Bepalinghe sijn 1 0 3 3) haer Vytbreng is  $\frac{1}{1000}$ , welcke door de voornemde derde Bepalinghe sijn 6 3. Vermenichvuldighende dan 3 met 3, den Vytbreng sijn 3, B e w y s. Wesende dan gegeven Thiendetal te Menichvuldighen, ende Thiendetal Menichvulder, wy hebben haer Vytbreng ghevonden; als voorgehouden was gesagen te worden.

MERCKT. 3 3 3 3  
S o o bet laeste tekenen des Thiendetal te Menichvulder 3 3 3 3, ende Menichvulder: ongelijck waren, als by exempel deen 3 3 3 3, dander 5 3 4 3; Men sal doen als vooren, ende de gheselsteit der leutenen vande Werckinge sal soodanich sijn: B IIII.

Les clichés des deux figures ont été obligeamment prêtés à *Mathesis*, par la *Revue des Questions Scientifiques*. Ils reproduisent légèrement réduites les pages 16 et 17 de la *Thiende* et montrent les diverses manières dont STEVIN dispose ses petits cercles dans l'écriture des fractions décimales. La « proposition » a pour objet d'expliquer la multiplication des fractions décimales sur l'exemple 32,57 X 89,46. Dans la « Remarque » (Merckt) STEVIN examine le cas où les fractions n'ont pas de partie entière.

Mais dans la *Thiende* et la *Disme*, STEVIN eut, en outre, je viens de le dire, une autre conception géniale, qui nous émerveille autant aujourd'hui, qu'elle laissa indifférents les contemporains de l'auteur ; car ils semblent n'y avoir prêté aucune attention. En six chapitres, STEVIN soutient cette thèse, qui dût paraître presque paradoxale, que le système entier des poids et mesures alors en usage était défectueux, qu'il devait être réformé de fond en comble et décimalisé. De plus, il faudrait, dit-il, employer dans cette décimalisation des termes appropriés, tels que *prime*, *seconde*, *tierce*.

Ainsi, il conviendrait de dire *prime* de livre, *seconde* de livre, *tierce* de livre, c'est-à-dire, décilivre, centilivre, millilivre, etc. L'idée était féconde, mais dût mûrir deux siècles avant d'éclorre.

STEVIN ne se faisait aucune illusion sur la froideur avec laquelle sa proposition serait d'abord accueillie. Il avait foi dans l'avenir, mais connaissait la résistance de l'obstacle que la force de l'habitude opposerait à un projet aussi neuf que le sien. Il s'en exprime explicitement et il convient de l'écouter, car ses paroles semblent aujourd'hui revêtir un accent presque prophétique <sup>(1)</sup>.

« Mais, si tout ceci ne fust pas mis en œuvre si tost, comme nous le pourrions souhaiter, dit-il, après avoir exposé son système, il nous contentera, premièrement, qu'il fera du bien à nos successeurs ; car, il est certain, que si les hommes futurs sont de telle nature comme ont été les précédents, qu'ils ne seront pas toujours négligens en leur si grand avantage.

» Au second, ce n'est pas le plus abject sçavoir (la *Thiende* dit : De vorworpenste wetenschap, la science le plus négligeable) à un chascun en particulier, qu'il lui est notoire, comment les hommes se peuvent délivrer eux-mêmes, à toute heure qu'ils voudroient, de tant et de si grans labeurs.

» Au dernier, combien que l'effect de ce 6<sup>e</sup> article (où STEVIN s'était occupé de la réforme la plus délicate, celle des monnaies) n'apparaitra point, peut estre, en quelque temps (de si tôt) ; toutesfois un chascun pourra exercer les cinq précédens (chapitres, dans lesquels STEVIN avait traité de la réforme des autres mesures) comme il est notoire qu'aucuns des mesmes l'ont desjà mis en œuvre ».

La *Disme* se clôt sur cette réflexion.

<sup>(1)</sup> Ed. 1585, t. II, p. 160. Ed. 1625, p. 849. Ed. 1634, t. I, p. 213. *Thiende*, pp. 35-36.

2<sup>o</sup> Pour se rendre compte des perfectionnements que STEVIN apporta à la résolution des équations du 2<sup>d</sup> degré <sup>(1)</sup>, il faut se rappeler l'état du problème à la fin du XVI<sup>e</sup> siècle. Je l'exposerai en notations modernes dans lesquelles les lettres représentent toutes des nombres essentiellement positifs.

Chez CARDAN, NUNES et beaucoup d'autres, résoudre une équation du 2<sup>d</sup> degré n'est qu'une pure application numérique de trois problèmes d'EUCLIDE, d'ailleurs distincts l'un de l'autre. L'équation se mettra donc sous une des trois formes suivantes, qui donnent par une écriture algébrique l'énoncé de ces problèmes :

$$x^2 + px = q^2 ; \quad x^2 + q^2 = px ; \quad px + q^2 = x^2 .$$

Reste à mettre en nombres la construction graphique donnée par le Géomètre grec.

Pour STIFEL et son école, résoudre une équation, c'est extraire une racine. Le nom est resté. D'après cela, résoudre une équation du 2<sup>d</sup> degré, c'est extraire la racine carrée des deux membres de l'une des trois équations.

$$x^2 = q - px ; \quad x^2 = px - q ; \quad x^2 = px + q ;$$

Cette extraction se faisait aussi par des procédés géométriques.

Au gré de STEVIN, les deux méthodes sont défectueuses. Il vit au milieu d'un public si habitué à raisonner exclusivement à l'aide des proportions, qu'il n'aime ni ce genre de formules, ni le mot d'équation. « Car, ce mot d'équation, dit-il <sup>(2)</sup>, a fait penser aux apprentifs, que c'estoit quelque matière singulière, laquelle toutesfois est commune en la vulgaire arithmétique. » Conformément donc aux habitudes de la vulgaire arithmétique, STEVIN cherche à transformer les équations en proportions, ce qu'il fait en les mettant sous une des trois formes (dans lesquelles *a* représente la valeur de l'inconnue) :

$$\frac{x^2}{q - px} = \frac{x}{a} ; \quad \frac{x^2}{px - q} = \frac{x}{a} ; \quad \frac{x^2}{px + q} = \frac{x}{a} .$$

<sup>(1)</sup> Je résume ici un travail plus étendu publié dans les *Annales de la Société Scientifique*, t. XXXV, Louvain, Ceuterick, Année 1910-1911, 2<sup>e</sup> partie, pp. 293-304, intitulé : La résolution de l'équation du 2<sup>d</sup> degré, chez SIMON STEVIN, qui forme le ch. I de mes *Notes sur l'Arithmétique de Simon Stevin*.

<sup>(2)</sup> Ed. 1585, p. 265. Ed. 1625, p. 246. Ed. 1634, p. 61.



VIÈTE <sup>(1)</sup> critique avec raison cette manière de faire, car les équations de STEVIN semblent, au premier abord, indéterminées et renfermer chacune deux inconnues. Mais STEVIN y ajoute toujours tacitement la condition que le numérateur doit être égal au dénominateur, c'est-à-dire, que pour se conformer au langage de ceux qui l'entourent, il les lit comme suit :

Si  $x^2$  vaut  $q - px$ ,  $x$  vaudra  $a$ .

Conséquemment, les deux membres de l'équation se nomment le premier et le second *terme*.

Quant à l'inconnue elle-même, elle prend le nom assez étrange de *nombre algebratique quelconque*, c'est le troisième *terme*. Ces remarques sont indispensables pour comprendre STEVIN. Mais heureusement que lorsqu'il fait de la théorie, il oublie volontiers ces prétendues simplifications, et qu'il écrit franchement, (je continue à substituer des doubles parenthèses aux petits cercles de STEVIN)

(2) égale  $-6(1) + 16$  ou (2) égale  $-6(1) + 16(0)$

c'est-à-dire

$x^2 = -6x + 16$  ou  $x^2 = -6x + 16x^0$ .

Un mot maintenant des notations de STEVIN. Pour l'époque elles sont fort belles. On pourrait leur reprocher d'être théoriquement inférieures à celles de VIÈTE, mais elles sont d'autre part bien plus élégantes que celles du géomètre français, du moins dans ses éditions originales. Il ne faudrait pas juger de ces premières notations de VIÈTE par celles que FRANÇOIS VAN SCHOOTEN lui attribue dans l'édition des *Francisci Vietae Opera Mathematica* qu'il donna à Leyde, en 1646, chez les Elsevier. En 1646, la *Géométrie* de DESCARTES avait paru, et SCHOOTEN en profita pour perfectionner les symboles de VIÈTE et la disposition de ses formules. Il est vrai qu'à Leyde, Plantin et les Elsevier étaient des Imprimeurs-éditeurs tout autrement artistes et adroits, que Jametius Mettayer, auquel VIÈTE s'adressait d'ordinaire à Paris.

Les signes d'opération  $+$  et  $-$  sont chez STEVIN les mêmes que les nôtres. L'usage de ces signes était loin d'être déjà général; mais, STIFEL, SCEUBELIUS <sup>(2)</sup> et bien d'autres avaient en les employant dans leurs Algèbres donné l'exemple à STEVIN.

(1) *Ad Problema quod omnibus Mathematicis totius orbis construendum proposuit Adrianus Romanus Francisci Vietae Responsum*, Parisiis, Apud Jametium Mettayer, 1595. Notamment, chap. 2, f° 2. VIÈTE ne nomme pas STEVIN, mais s'attaque directement à la méthode, qui était aussi celle d'ADRIEN ROMAIN.

(2) *Algebra Compendiosa*... Authore IOANNE SCEUBELIO... Parisiis, Apud Gulielmum Cavellat... 1552.

Quant à la manière de représenter l'inconnue, la notation de STEVIN lui est personnelle. Presque tous les algébristes du XVI<sup>e</sup> siècle se servaient de symboles différents pour chaque puissance de l'inconnue. Mais RAPHAËL BOMBELLI <sup>(1)</sup> avait eu l'inspiration d'employer un signe unique affecté d'un exposant. Ce signe était une parenthèse concave, écrite horizontalement, au centre de laquelle s'inscrivait l'exposant; l'ensemble prenait ainsi l'aspect d'une petite soucoupe contenant un numéro.

STEVIN remplace les parenthèses de BOMBELLI par les petits cercles dont il se sert dans la théorie des fractions décimales. On s'est souvent demandé pourquoi il n'avait pas gardé telle quelle la notation de son prédécesseur. J'incline à croire que ce fut pour des raisons purement typographiques. Les imprimeurs, même les plus en vogue, n'étaient pas alors outillés comme les nôtres. Il va, cependant de soi, qu'employer un même symbole pour représenter une fraction décimale et une puissance de l'inconnue n'est pas sans inconvénients. Cet usage ne permet pas, par exemple, d'écrire une équation dont les coefficients sont des fractions décimales. Mais passons.

Au milieu de tous ces tâtonnements, déjà moindres, il est vrai, chez STEVIN, que chez n'importe quel algébriste de son époque, voici tout à coup que le grand géomètre se redresse et va nous faire sentir la griffe du lion. Il introduit, dans la résolution de l'équation du 2<sup>d</sup> degré, trois innovations qui sont restées: Une interprétation des racines negatives de l'équation; une formule de solution applicable aux trois cas; une démonstration algébrique de cette formule unique, démonstration toujours la même et de nouveau applicable à tous les cas. Nous la trouvons encore dans nos manuels.

Pour interpréter les racines négatives des équations, non seulement du 2<sup>d</sup> degré, mais d'un degré quelconque, STEVIN énonce ce théorème aujourd'hui si connu, mais alors tout neuf : Les racines négatives des équations sont les racines positives de la transformée en  $-x$ . Écoutons notre vieux Brugeois nous le dire en son langage, par exemple dans le passage suivant <sup>(2)</sup> :

$4(2)$  vaut  $4(1) + 21$

$x^2 = 4x + 21$

combien  $1(1)$ ;  $(x)$  ?

« On changera le second terme donné ainsi (il s'agit comme je l'ai expliqué ci-dessus du 2<sup>d</sup> membre de l'équation, que STEVIN appelle le 2<sup>d</sup> terme de la proportion, même quand il écrit, comme ici, les données sous la forme d'une équation)

(1) *L'Algebra Opera di Rafaël Bombelli*... In Bologna, Per GIOVANNI ROSSI. MDLXXIX. Cette édition n'est en réalité qu'un second tirage avec un nouveau titre de l'édition qui parut à Bologne, en 1572. C'est le tirage de 1579 que j'ai sous les yeux.

(2) Ed. 1585, p. 333. Ed. 1625, p. 310. Ed. 1634, p. 77.

" 1 (2) vaut  $-4(1) + 21$

$$x^2 = -4x + 21$$

combien 1(1)? Faict par le 68<sup>e</sup> problème 3. Lequel appliqué à nostre question nous dirons que la solution est  $-3$ ."

Je pourrais multiplier les citations.

Un premier corollaire de ce principe, c'est que toute équation du 2<sup>d</sup> degré à racines réelles a deux racines. Les Grecs eux-mêmes savaient qu'une équation du 2<sup>d</sup> degré pouvait avoir deux racines *positives*. STEVIN généralise la propriété et affirme qu'il en est de même pour toutes les équations. Mais il faut, pour ne rien exagérer, restreindre l'extension au cas des racines réelles. STEVIN ne dit mot des racines imaginaires. Il n'est guère difficile de deviner pourquoi. Il s'en expliquera à propos des efforts infructueux de BOMBELLI pour transformer les formules de CARDAN, dans le cas irréductible de l'équation du 3<sup>e</sup> degré. S'occuper d'imaginaires est, à son avis, une pure perte de temps.

" Il y a assez de matières légitimes, dit-il <sup>(1)</sup>, voire en infini, pour s'en exercer, sans s'occuper et perdre le temps en les incertaines : pourtant (c'est pourquoi) nous les passons outre. Ceux auxquels plairont tels exemples, (la transformation des radicaux imaginaires du cas irréductible), ils en pourront faire à leur plaisir. "

Mais nous ne sommes pas au bout. Tous les algébristes du XVI<sup>e</sup> siècle établissaient les formules de résolution de l'équation du 2<sup>d</sup> degré par des constructions géométriques. Elles nécessitaient trois démonstrations différentes ; une pour chacun des trois cas. On en déduisait trois règles pratiques pour les mises en nombres. En 1554, JACQUES PELETIER DU MANS, dans son *Algèbre departie an (sic) deus (sic) livres* <sup>(2)</sup>, avait fait un essai maladroit pour réunir les trois règles en une seule. Il donna, non pas une règle unique s'appliquant aux trois cas, mais plutôt un énoncé unique qui mêlait les trois formules, tout en les laissant en réalité parfaitement distinctes. Il manquait à PELETIER l'esprit de généralisation, dont STEVIN allait faire preuve.

Le Brugeois commence par se conformer à l'usage en donnant les trois démonstrations géométriques du problème. Puis il reconnaît, sans difficulté, qu'il n'a pas su imaginer une démonstration géométrique s'étendant à tous les cas. Ils ont, cependant, dit-il, une " commune origine. " Mais pour l'apercevoir et réussir à unifier le problème, il faut recourir aux idées de MAHOMET, c'est-à-dire, à l'Algèbre. Ce

<sup>(1)</sup> Ed. 1585, pp. 309-310. Ed. 1625, p. 288. Ed. 1634 p. 72.

<sup>(2)</sup> A Lion, par IAN DE TOURNES. MDLIII, pp. 46-47. Pour plus de détails, voir mon mémoire : *L'Algèbre de Jacques Peletier du Mans departie an deus livres (XVI<sup>e</sup> siècle)*. Publié dans *Revue des Questions scientifiques*, t. LXI, Louvain, Ceuterick, janvier 1907 ; pp. 117-173.

MAHOMET est le géomètre arabe MAHOMED-BEN-MUSA-AL-CHOWARISMI, dont l'Algèbre circulait en manuscrit, dans les deux versions latines de GÉRARD DE CRÉMONE et de ROBERT DE CHESTER ou DE RÉTINES. Ces deux versions sont plutôt de simples adaptations de l'arabe que des traductions proprement dites ; en d'autres termes, ce sont des Algèbres d'après AL-CHOWARISMI. STEVIN ne nous dit pas s'il se sert de GÉRARD DE CRÉMONE ou de ROBERT DE RÉTINES. Pour préciser ce qu'il y trouva, il faudrait une discussion qui ne saurait prendre place ici. Toujours est-il, que l'Algèbre arabe lui inspira la solution suivante, valable évidemment pour tous les cas : Partir de la forme que STIFEL donne à l'équation du 2<sup>d</sup> degré ; faire passer le terme du premier degré dans le premier membre et compléter le carré.

Écoutons ceci dans le style de STEVIN <sup>(1)</sup> :

" Afin doncques que la chose soit entendue parfaitement, nous la déclarerons par sa cause, comme s'ensuit....

" Soit, par exemple

$$1(2) \text{ égale } -6(1) + 16$$

" Ajoustons à chasque partie 6(1) et seront

$$1(2) + 6(1) \text{ égales à } 16.$$

" Reste maintenant à trouver quelque (0), qui ajousté à  $1(2) + 6(1)$  (fasse) que tel trinomie ait racine qui soit  $1(1) +$  quelque (0). Or pour trouver tel nombre, il ne faut que multiplier la moitié de 6 des 6(1), qui est 3, en soi, faict 9 et on l'aura. "

STEVIN qui fait de la théorie, se rappelle ici que les démonstrations géométriques du carré de la somme et de la différence de deux nombres sont différentes. Il se croit donc, avec raison, obligé de démontrer algébriquement la formule du carré d'un binôme. C'est ce qu'il fait par un raisonnement absolument général, mais exposé sur le binôme  $x + 3$  qu'il a sous les yeux et qui vient de provoquer la démonstration. Ensuite il continue :

" Adjoustons doncques 9 à chascune des égales parties et seront

$$1(2) + 6(1) + 9 \text{ égales à } 25.$$

" Puis, extrahons de chasque partie racine quarrée et seront

$$1(1) + 3 \text{ égales à } 5.$$

" Puis, soustrahons de chasque partie 3 et sera

$$1(1) \text{ égale, ou vaudra pour solution } 2. "$$

<sup>(1)</sup> Ed. 1585, pp. 298-299. Ed. 1625, pp. 277-278. Ed. 1634, p. 69.



Quant à l'origine algébrique de la double racine, STEVIN en a l'idée claire. Elle provient de ce que lorsqu'on extrait la racine carrée des deux « parties » d'une équation mises sous la forme <sup>(1)</sup>

$$1(2) - 6(1) + 9 \text{ égales à } 4,$$

on obtient indifféremment

$$(1) - 3 \text{ égale à } 2 \quad \text{ou} \quad -1(1) + 3 \text{ égale à } 2.$$

Tout ceci est sans doute déjà bien neuf. Mais quand il en vient à devoir imaginer une formule de solution applicable aux trois cas, notre compatriote fait une toute autre trouvaille, merveilleuse par sa simplicité, et méritant à tout point de vue le succès définitif qu'elle finit par obtenir. Au lieu de dire *retranchez 3*, dit STEVIN, dites *ajoutez — 3*, et la généralisation sera chose faite. STEVIN est le premier auteur, qui ait compris l'utilité de l'expression *ajouter une quantité négative*. Ne l'avons-nous pas oublié ?

Pour terminer ce sujet, entendons de nouveau de la bouche de l'auteur une application de ce qui précède. Il vient d'adapter sa règle à un premier exemple dans lequel il n'a pas eu l'occasion d'employer l'expression, ajouter une quantité négative. Il va reprendre la règle sur un second exemple, en observant explicitement lui-même qu'il n'y change pas un mot <sup>(2)</sup>.

Il s'agit de nouveau de l'équation

$$1(2) \text{ égale } -6(1) + 16.$$

« La moitié de — 6 des — 6(1) est . . . . . »	— 3
« Son carré (car — 3 par — 3 faict + 9) . . . . . »	9
« Au mesme ajousté le (0) donné, qui est . . . . . »	16
« Donne somme . . . . . »	25
« Sa racine quarrée est . . . . . »	5
« A la mesme <i>ajousté</i> — 3 premier en l'ordre, faict . . . . . »	2
« Je dis que 2 est la quatriesme proportionnelle requise. »	

La quatrième proportionnelle, dans la théorie des équations de STEVIN, c'est, je le rappelle, la racine de la proposée. La démonstration consiste en une simple vérification numérique.

(1) Ed. 1585, p. 301. Ed. 1625, p. 280. Ed. 1634, p. 69.

(2) Ed. 1585, pp. 289-290. Ed. 1625, p. 269. Ed. 1634, p. 67.

3° J'aborde la résolution des équations numériques. Dans la deuxième moitié du XVI<sup>e</sup> siècle, la plupart des mathématiciens en renom travaillèrent à la composition de grandes tables de lignes trigonométriques *naturelles*. Quelques-unes furent livrées à l'impression et nous sont restées, mais le plus grand nombre demeura manuscrit et se perdit. Les calculs formidables auxquels la composition de ces tables donnait lieu faisaient désirer qu'on possédât le plus de moyens de vérification possible.

Un de ceux qui furent le plus employés, consistait dans la résolution d'équations d'un degré très élevé, qui donnaient la valeur du côté de certains polygones réguliers en fonction du rayon. La célèbre équation du 45<sup>e</sup> degré d'ADRIEN ROMAIN, par exemple <sup>(1)</sup>, avait pour but de calculer directement la corde qui soutend l'arc d'une seconde. LUDOLPHE VAN CEULEN résout beaucoup d'autres équations analogues, dans son *Traité du Cercle* <sup>(2)</sup>. Mais, ni ROMAIN, ni VAN CEULEN ne firent connaître leurs méthodes. « Mon especial et familier ami, écrit STEVIN à la fin de la première édition de son *Appendice algébrique*, Maître LUDOLF VAN COLLEN, m'a dicté d'avoir aussi inventé une manière générale des équations; voire il l'a prouvé en effect, par certaines questions fort difficiles par luy solvées <sup>(3)</sup>: Laquelle son invention il a promis de divulguer ». VAN CEULEN ne tint pas parole, et STEVIN donna le premier une règle générale vraiment pratique pour résoudre les équations numériques de tous les degrés par approximations successives. C'est l'objet de l'*Appendice algébrique*.

L'*Appendice* était le plus rare des ouvrages de STEVIN. Je dis « était », car le seul exemplaire connu périt au début de la guerre, dans l'incendie de la Bibliothèque de l'Université de Louvain. L'*Appendice* parut en 1594.

(1) Publiée à la fin de la Praeface de ses *Ideae Mathematicae... sive Methodus Polygonorum*. . . Authore ADRIANO ROMANO LOVANIENSI. . . Lovanii, Apud Ioannem Masium. . . MDXCIII.

D'autres exemplaires ont comme adresse d'imprimeur : Antwerpiae, Apud Ioannem Keerbergium, Anno MDXCIII.

(2) *Vanden Circkel*. . . door LUDOLPHE NAAR VAN CEULE. . . Tot Delft, ghedruckt by Jan Andriesz. . . 1596.

Pour plus de renseignements, voir mon mémoire *Un élève de Viète: Ludolphe Van Ceulen. Analyse de son « Traité du Cercle »*. Publié dans les *Annales de la Société Scientifique*, t. XXXIV, Louvain, Ceuterick, Année 1909-1910, 2<sup>e</sup> partie, pp. 88-139.

(3) Cette intéressante remarque n'est pas reproduite dans les rééditions de l'*Appendice*, vraisemblablement parce que VAN CEULEN ne fit pas connaître sa méthode, dans le « Traité du Cercle ».

Il est de toute importance de remarquer cette date, car le traité de la résolution des équations numériques de VIÈTE <sup>(1)</sup>, auquel on fait d'ordinaire remonter le début de la théorie, ne vit le jour qu'en 1600, par les soins d'un italien, MARIN GHETALDI. D'autre part, la première réédition de l'*Appendice* lui est postérieure, puisqu'elle est de 1608.

C'est PHILIPPE GILBERT qui découvrit un jour l'*Appendice algébrique*. ADRIEN ROMAIN, ami de STEVIN et l'un des plus illustres prédécesseurs de GILBERT dans la chaire de mathématiques de l'Université, avait légué sa bibliothèque à l'*Alma Mater*. GILBERT poursuivait d'érudites recherches sur ROMAIN. En feuilletant un exemplaire de l'*Arithmétique* de STEVIN relié aux armes d'ADRIEN ROMAIN et provenant de sa bibliothèque, il y trouva un exemplaire de l'*Appendice*. Il fit aussitôt part de sa trouvaille dans une note qu'il adressa à QUETELET, et que celui-ci publia dans les *Bulletins de l'Académie Royale de Belgique* <sup>(2)</sup>. J'ai eu, il y a quelques années, en prêt la précieuse plaquette de STEVIN, et j'eus alors l'heureuse idée de la transcrire en entier et très soigneusement. C'est d'après ma copie que je fais les citations :

« Nous avons décrit, l'an 1585, dit STEVIN, une Arithmétique contenant entre autres l'Algèbre avec les équations que nous estimions alors estre trouvées. Mais ayant puis après inventé une règle générale de toutes quantitez proposées, pour en trouver la valeur de 1 (1), ou parfaitement, ou par infini approchement, c'est-à-dire qu'elle différera si peu du vray, qu'on ne scauroit donner nombre si petit que la difference ne se prouvera moindre : Il m'a semblé convenable, pour faire chose agreable aux studieux d'icelle matiere, de divulguer la mesme invention, comme Appendice de la susdite Algebre. »

Ce préambule n'a pas été reproduit dans les rééditions de l'*Appendice*. Il faut y remarquer tout d'abord, que STEVIN réclame formellement la paternité de l'« Invention. » On peut l'en croire, car le Brugeois est la modestie même quand il s'agit de ses droits de priorité. On le trouve toujours soucieux de ne pas s'attribuer ce qui ne lui appartient pas.

<sup>(1)</sup> De Numerosa Potestatum ad Exegesim Resolutione. Ex opere restitutae Mathematicae Analyseos, seu Algebra nova Francisci Vietae. Parisiis, Excudebat David Le Clercq. Anno 1600.

Cette édition renferme à la dernière page une lettre curieuse de MARIN GHETALDI à MICHEL COIGNET d'Anvers, dans laquelle il fait connaître les conditions dans lesquelles il publia l'ouvrage. VAN SCHOOTEN n'a pas cru devoir la rééditer dans ses *Francisci Vietae Opera Mathematica*.

L'opuscule de VIÈTE est très difficile à comprendre à cause de son excessive concision. Pour en faciliter la lecture, il est bon de s'aider du commentaire que FRÉDÉRIC RITTER en a donné dans son mémoire intitulé : *François Viète inventeur de l'Algèbre moderne (1540-1603)*, publié dans la *Revue Occidentale philosophique, sociale et politique*... 2<sup>e</sup> série, t. X. Paris, Société positiviste... 1895, pp. 383-389.

<sup>(2)</sup> 2<sup>e</sup> série, t. VIII, Bruxelles Hayez, 1859, pp. 192-197.

Dans ce préambule, STEVIN nous donne encore un renseignement intéressant, c'est qu'il imagina son « Invention » entre 1585 et 1594. Après quoi, il entre en matière. L'*Appendice* se compose d'un *Problème* suivi d'un *Corollaire*. L'auteur se propose d'y résoudre une équation numérique de degré quelconque « ou parfaitement, ou par infini approchement. »

La solution de STEVIN repose sur ce principe fondamental dans la théorie des équations numériques : Si deux valeurs attribuées à l'inconnue, dans le premier membre de l'équation égalé à zéro, conduisent à des résultats de signes contraires, elles comprennent au moins une racine de la proposée. Mais STEVIN n'eut jamais l'idée d'égaliser à zéro l'ensemble des termes d'une équation. Le principe de solution prend donc naturellement chez lui une autre forme, d'ailleurs équivalente, mais qu'il est utile de remarquer pour suivre avec facilité les raisonnements : Étant donnée une équation, dans laquelle la plus haute puissance de l'inconnue, débarrassée de tout coefficient, est égale à l'ensemble des autres termes ; si deux valeurs attribuées à l'inconnue sont telles, qu'elles rendent le premier membre, l'une plus petit, l'autre plus grand que le second, ces valeurs comprennent au moins une racine de la proposée.

Il serait exagéré, voire faux, de dire, qu'aucun mathématicien n'a entrevu ce principe avant STEVIN. Je pourrais citer chez CARDAN, des exemples du contraire <sup>(1)</sup>. Mais, ce qui est certainement propre à STEVIN, c'est d'avoir démontré que le principe pouvait faire l'objet d'une *méthode systématique, facile et régulière*. Le progrès qu'il fit faire à la science est du même genre que celui qu'elle lui doit dans la théorie des fractions décimales. Toutefois, portant sur un sujet beaucoup plus relevé que ces fractions, la popularité et la gloire que la résolution des équations valut à STEVIN, furent, à tort, bien moindres.

L'auteur expose sa méthode sur l'équation

$$(3) \text{ égale } 300 (1) + 33\,915\,024 ; x^3 = 300x + 33\,915\,024.$$

Il faut d'abord rechercher, dit-il, de combien de « caractères », c'est-à-dire, de chiffres, sera composée la partie entière de l'inconnue. Il essaie, dans ce but, les diverses puissances de 10. Mais, pour bien montrer au lecteur, qu'en tout ceci je n'exagère rien, je vais laisser parler notre vieil algébriste dans son archaïque langage, si savoureux dès qu'on s'y est un peu habitué :

<sup>(1)</sup> Hieronymi Cardani Artis Magnae sive de Regulis Algebraicis Liber unus. Caput XXX, De regula aurea. Réédité dans : Hieronymi Cardani... *Operum tomus quartus*... Lugduni, Sumptibus Joannis Antonii Huguetan... M.DC.LXIII, pp. 273-274. Je n'ai sous la main que cette édition.

STEVIN avait étudié à fond l'*Ars Magna* de CARDAN. Les preuves en abondent. Il connaissait évidemment les exemples que je viens de signaler. Mais le parti qu'il sut en tirer est admirable.

« Or, pour venir à la chose, et premièrement trouver de combien de caractères doit estre la valeur de 1 (1) donnée. Je mets pour icelle 1, enquiers par le mesme ce qu'il en sortira, disant, veu que 1 (1) fait 1, les 300 (1) font 300, par le 67 Probleme : au mesmes ajousté 33 915 024, fait pour la valeur du deuxiesme terme 33 915 324 : Et le premier terme, à sçavoir 1 (3), fera tant seulement 1 : Ce qui estant trop peu, je mets au second 10 pour valeur de 1 (1), et enquiers par le mesme, comme dessus, et trouve la valeur du second terme de 33 918 024, et le premier terme de 1000 : Ce qui estant autrefois trop peu, je mets au troisieme 100, pour valeur de 1 (1), le mesme estant aussi trop peu, je mets au quatrieme 1000, pour lequel je trouve le premier terme trop grand : Pourtant la valeur de 1 (1) est moindre que 1000 et majeure que 100, elle est donc necessairement de trois caracteres ».

STEVIN détermine, ensuite, successivement le chiffre des centaines, celui des dizaines, et celui des unités.

« Or, estant connu que la désirée valeur est de trois caractères, il faut que le premier soit un de ces neuf, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Mais, il est ci-dessus enquis avec le premier caractère 1, à sçavoir avec 100, et trouvois trop peu, pourtant je l'essaye maintenant avec le premier caractère 2, mettant 200 pour valeur de 1 (1), et trouve trop peu : Je l'enquiers puis après avec 300, et vient aussi trop peu : Puis avec 400 et trouve trop, ce qui me denote que le premier caractère doit estre 3. »

J'abrège, mais STEVIN continue à déterminer de même et tout au long le chiffre des dizaines. Il trouve 2. Puis, il passe au chiffre des unités. Il constate que 1, 2 et 3 sont trop faibles, mais que 4 rend le premier membre égal au second ; ce qui lui « demonstre que 324 est la requise valeur de 1 (1). »

Mais, il arrive fréquemment que la valeur de l'inconnue n'est pas exactement un nombre entier. C'eut été le cas, par exemple, dit STEVIN dans le *Corollaire*, s'il s'était proposé de résoudre l'équation

$$x^3 = 300x + 33\ 900\ 000.$$

Il eut fallu prendre alors 323 pour partie entière de l'inconnue, puis passer à la détermination des chiffres décimaux.

Pour déterminer le chiffre des dixièmes, on commencera par mettre 323 sous la forme  $\frac{3230}{10}$ . « Ce rompu (cette fraction) fait 323, qui estant trop peu, il faut que 0 du numérateur face 0 avec quelque reste. ou 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ou 9 : Le mesme caractère estant trouvé comme dessus, et qu'il y a encore, par exemple, quelque superflu, on ajoutera au numérateur et au nominateur autrefois 0, enquirant comme dessus ce qui doit venir au lieu d'iceluy 0 du numérateur : Et procédant ainsi infiniment l'on approchera infiniment plus au requis. »

Reste, enfin pour parfaire le sujet, à examiner le cas où la racine de l'équation proposée n'aurait pas de partie entière. On commencera alors à déterminer le rang de la première décimale, qui a un chiffre significatif différent de zéro, en essayant les puissances successives de la fraction  $\frac{1}{10}$  ; puis on déterminera ce chiffre, par la méthode employée jusqu'ici. Je n'insiste pas.

« Conclusion. Estant doncques donnez trois termes de nombres algébriques quelconques, nous avons trouvé leur quatrieme proportionnel, ou parfaitement, ou par infini approchement, ce qu'il falloit faire. »

En rajeunissant le style, ne pourrait-on pas croire cette belle théorie copiée dans une Algèbre contemporaine ? Belges, sommes-nous excusables d'avoir presque oublié qu'un compatriote en est l'auteur ?

Outre les trois grandes théories précédentes, par lesquelles l'influence de STEVIN s'est fait si profondément sentir, dans le développement de la science, bien d'autres encore mériteraient l'attention. Quelque historien me chicanera même, peut-être, à ce sujet, et m'objectera que plus d'une de ces théories doit être mise en parallèle avec les premières. Soit ! Mais, pour ne pas me laisser entraîner trop loin, je me bornerai à quelques indications.

On a longtemps attribué à DESCARTES l'honneur d'avoir inventé les exposants. Plus personne n'oserait aujourd'hui le soutenir. Le premier emploi des exposants est de plusieurs siècles antérieur à DESCARTES. STEVIN, non seulement, bien avant le Philosophe français, se servait couramment des exposants entiers dans son *Arithmétique*, mais il a déjà une idée précise du sens qu'il faut donner aux exposants fractionnaires. Il consacre un chapitre entier à cette question : « Que les dignitez (c'est-à-dire, les puissances) ne sont pas nécessairement nombres entiers, mais potentiellement nombres rompus et nombres radicaux » (1). Ce dernier mot ne doit pas induire en erreur. A la lecture du développement on voit qu'il ne s'agit nullement d'exposants incommensurables. STEVIN veut dire qu'un radical quelconque peut se remplacer par un exposant.

La notation de STEVIN n'est, cependant, pas des plus heureuse. Comme dans la théorie des fractions décimales, comme dans celle des équations,

(1) Ed. 1585, pp. 18-19. Ed. 1625, pp. 21-22. Ed. 1634. t. I, p. 6.

Les professeurs que l'histoire de la théorie des exposants, ou même celle de toutes les opérations de l'Algèbre élémentaire intéressa, trouveraient de nombreuses indications, dans le *Cours développé d'Algèbre élémentaire*, par B. Lefebvre S. J. Namur, Wesmael-Charlier, 1897 et 1898, aux endroits mentionnés dans les tables des matières du t. II. On verra, dans l'ouvrage du P. Lefebvre que bien avant STEVIN, NICOLE ORESME s'était servi d'exposants fractionnaires ; mais cet essai n'eût pas alors grand succès.

il se sert de petits cercles au centre desquels il écrit l'indice de la puissance. L'inconvénient de faire servir ces petits cercles non plus seulement à deux, mais à trois usages différents saute aux yeux. On ne saurait, je l'ai déjà dit, les employer simultanément dans une même formule. Mais, cette critique faite, écoutons le Brugeois :

«  $\frac{1}{2}$  en circle, dit-il, seroit le caractère de racine (carrée) de (1), (c'est-à-dire, d'une première puissance); parce que le mesme, suivant la reigle de multiplication des autres quantitez, multiplié en soy, donne produit (1): et par conséquent  $\frac{3}{2}$  en un circle, sera le caractere de racine quarrée de (3), parce que telle  $\frac{3}{2}$  en circle multiplié en soy donne produit (3); et ainsi des autres, de sorte que par tel moien on pourroit de toutes simples quantitez extraire espèces de racines quelconques; comme racine cubique de (2) seroit  $\frac{2}{3}$  en circle, etc. »

Après les exposants fractionnaires, je signalerai la recherche du plus grand commun diviseur des polynômes <sup>(1)</sup>. STEVIN commence par rappeler que le célèbre algébriste portugais, PEDRO NUNES, s'était buté au problème sans parvenir à le résoudre.

« PETRUS NONIUS au commencement de la troisieme partie de son Algèbre <sup>(2)</sup>, estimoit que ce problème n'estoit pas par générale reigle inventé, parquoi il en descriptoit quelque manière à tastons. Nous descrivons sa légitime construction, qui sera semblable à l'opération de l'invention de la plus grande commune mesure des nombres arithmétiques entiers. »

STEVIN applique cette règle à la recherche du plus grand commun diviseur des deux polynômes

$$1(3) + 1(2) \quad \text{et} \quad 1(2) + 7(1) + 6.$$

Par deux divisions successives, il trouve  $1(1) + 1$ .

<sup>(1)</sup> Ed. 1585, p. 240-241. Ed. 1625, pp. 224-225. Ed. 1634, t. I, p. 56.

<sup>(2)</sup> *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria. Compuesto por el Doctor PEDRO NUNEZ...* En Anvers, En casa de la Biuda y herederos de IUAN STELSIO, 1567. D'autres exemples ont pour adresse d'imprimeur : En Anvers, En casa de los herederos de ARNOLDO BIRCKMAN, 1567.

Le seul exemplaire de cet ouvrage remarquable, qui existait en Belgique, provenait de la bibliothèque d'ADRIEN ROMAIN, et a péri dans l'incendie de l'Université de Louvain. Je lui ai autrefois consacré deux mémoires : *Sur le « Libro de Algebra » de Pedro Nunez*, publié dans la *Bibliotheca Mathematica*, 3<sup>e</sup> série, t. VIII, Leipzig, Teubner, 1908, pp. 154-169. *L'Algèbre de Pedro Nunez*, publié dans *Anaes da Academia Polytechnica do Porto*, t. III, Coimbra, Imprensa da Universidade, 1908, pp. 222-271.

Plus loin, dans sa théorie générale des équations, il n'aura garde d'oublier cette méthode de recherche de « la plus grande commune mesure de deux multinomies (polynômes) ». Dans sa Règle X <sup>(1)</sup>, il recommande de commencer toujours par débarrasser les deux membres d'une équation des facteurs communs qu'ils pourraient contenir. Ainsi, dans l'équation, que j'écris en notations modernes <sup>(2)</sup>,

$$8x^5 + 6x^3 = 12x^4 + 20x^3 + 9x^2 + 15x,$$

les deux membres admettent, dit-il, le facteur commun  $4x^3 + 3x$ . Après l'avoir supprimé, il reste

$$2x^2 = 3x + 5.$$

On s'attendrait à voir STEVIN évaluer à zéro le facteur supprimé. Il n'en fait rien. C'est qu'il ne s'occupe jamais des racines nulles. Quant aux racines imaginaires, elles sont pour lui sans signification ni intérêt.

Si j'avais la prétention d'être complet, il me resterait bien des choses importantes à dire sur les équations du 3<sup>e</sup> et du 4<sup>e</sup> degré, dont STEVIN donne une théorie très complète pour l'époque; sur le calcul des radicaux arithmétiques; sur le commentaire des quatre premiers livres de DIOPHANTE; enfin, et surtout, sur les systèmes d'équations linéaires à plusieurs inconnues. L'histoire de cette dernière théorie est particulièrement intéressante. On se figure malaisément aujourd'hui, à quel point nos méthodes élémentaires de solution embarrassèrent les algébristes du XVI<sup>e</sup> siècle, et combien elles leur paraissaient difficiles. Mais, plusieurs de ces sujets demanderaient des mémoires étendus, que je ne puis songer à annexer aux simples remarques qui font l'objet de cette note.

<sup>(1)</sup> Ed. 1585, p. 279. Ed. 1625, p. 259. Ed. 1634, t. I, p. 64.

<sup>(2)</sup> C'est l'exemple sur lequel est expliquée la règle X.