Ann. Soc. Scient. Brux, (32), 1908

coordonnées de S' ou celles de S, on obtient deux équations représentant une courbe sur laquelle doit se trouver S ou S'.

Qu'il me suffise d'indiquer cette solution provisoire d'une question qui demanderait des développements très étendus.

M. de la Vallée Poussin fait une communication *Sur les enveloppes qui ont un contact d'ordre supérieur*. Ce travail sera publié ailleurs.

Le R. P. Bosmans fait connaître diverses particularités de la vie de Grégoire de S. Vincent qu'il a glanées dans la correspondance des Généraux de la Compagnie de Jésus avec les Pères des provinces de Flandre et de Bohême.

En 1616, Grégoire de S. Vincent demanda et obtint l'autorisation de se consacrer aux Missions de la Chine ; mais ce projet n'eut pas de suite.

Grégoire de S. Vincent était versé dans l'architecture : il s'est occupé très activement, en 1630, de la reconstruction du collège de Prague et, en 1661, de la transformation de celui de Gand.

En 1629, à sa demande, ses supérieurs lui ont accordé comme aide Théodore Moretus, pour publier son grand ouvrage. Ils lui permirent aussi, en 1630, d'aller rejoindre le P. della Faille, à Madrid, pour y enseigner les mathématiques ; la santé de Grégoire de S. Vincent l'empêcha d'entreprendre ce voyage.

L'*Opus austriacum* (1647) de Grégoire de S. Vincent fut tout de suite apprécié avec ses mérites et ses défauts par les Généraux Caraffa, Nickel, Oliva, comme en témoignent leurs lettres adressées à lui ou à ses supérieurs.

M. Mansion fait une communication intitulée : *Raisons en faveur de la formule définitive de Gauss pour la mesure de la précision d'un système d'observations.*

1. *Données.* Pour fixer les idées, considérons cinq équations linéaires à deux inconnues,

$$a_1x + b_1y = c_1, \quad \ldots, \quad a_5x + b_5y = c_5, \tag{1}$$

incompatibles entre elles, quand on les prend trois à trois, donnant, au contraire, des valeurs déterminées pour les inconnues,

quand on les associe deux à deux. Les a, b, c, sont les grandeurs observées, x, y les paramètres cherchés.

Posons, suivant l'usage,

$$aa = a_1^2 + \cdots + a_5^2, \qquad ab = a_1b_1 + \cdots + a_5b_5,$$

et de même dans tous les cas où nous rencontrons des sommes de carrés ou de produits analogues.

Les équations normales données par la méthode des moindres carrés sont

$$(aa)\mathrm{X} + (ab)\mathrm{Y} = ac, \qquad (ab)\mathrm{X} + (bb)\mathrm{Y} = bc. \tag{2}$$

Les valeurs X, Y, introduites à la place de x et y dans les équations (1) donnent naissance à des résidus $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_5$ définis par les relations

$$a_1\mathrm{X} + b_1\mathrm{Y} = c_1 + \epsilon_1, \ldots, \quad a_5\mathrm{X} + b_5\mathrm{Y} = c_5 + \epsilon_5. \tag{3}$$

Ces résidus vérifient les deux égalités

$$a\epsilon = 0, \qquad b\epsilon = 0, \tag{4}$$

et sont tels que la somme

$$\epsilon\epsilon = \epsilon_1^2 + \cdots + \epsilon_5^2$$

est plus petite pour les valeurs de X, Y que pour n'importe quelles autres valeurs attribuées à x et à y dans les équations données.

2. *Relation entre* $\epsilon\epsilon$ *et la somme des carrés des vrais résidus.* Comme Gauss l'a remarqué au § 37 de son grand *Mémoire sur la méthode des moindres carrés*, la somme des carrés des résidus correspondant aux vraies valeurs de x ne coïncidera avec $\epsilon\epsilon$ que dans le cas peu probable où X, Y donnés par les équations normales (2) sont les vraies valeurs des paramètres à chercher.

Soient $\mathrm{E}_1, \ldots, \mathrm{E}_5$ les résidus correspondant à ces vraies valeurs $\mathrm{X} + \Delta\mathrm{X}$, $\mathrm{Y} + \Delta\mathrm{Y}$, d'ailleurs inconnues, des paramètres à chercher. On aura pour la première des équations (1), quand on y introduit $\mathrm{X} + \Delta\mathrm{X}$, $\mathrm{Y} + \Delta\mathrm{Y}$ à la place de x et y,

$$a_1(\mathrm{X} + \Delta\mathrm{X}) + b_1(\mathrm{Y} + \Delta\mathrm{Y}) = c_1 + \mathrm{E}_1,$$