Ann. Soc. Scient. Brux. (33) 1909



$$e_1 + e_2 + e_3 = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3$$

$$e_1\, e_2\, e_3 = \epsilon_1\, \epsilon_2\, \epsilon_3$$

Peut-on avoir $S_x - \sum_x = 0$ pour des valeurs *entières* de $x$, autres que *un ?*

Cette question ne peut être abordée que par l'intégrale logarithmique de Cauchy, dans le plan de la *variable complexe.*

On peut aussi remplacer l'équation transcendante par une équation algébrique, ou enfin utiliser un beau théorème de Laguerre, qui limite le nombre des vérifications à effectuer.

M. Mansion met sous les yeux de la section un exemplaire de l'*Arithmétique* de Jean Trenchant (*) intitulé :

L'ARITHMETIQUE DE IEAN TRENCHANT, Departie en trois Liures. *Ensemble vn petit discours des Changes,* Auec l'art de calculer aux Getons. *Reueuë & augmentee en ceste derniere edition, de plusieurs regles & articles, par l'Autheur.* A. LYON, PAR IEAN DEGABIANO, & SAMUEL GIRARD, 1602. (**)

Le R. P. Bosmans S. J. fait quelques remarques sur cet ouvrage.

Cette édition n'est ni la seule, ni surtout la première. L'*Arithmétique* de Trenchant parut à Lyon dès 1558 et M. Eneström n'en cite pas moins de 16 rééditions. (***)

Le savant directeur de la BIBLIOTHECA MATHEMATICA a appuyé avec une certaine insistance sur l'existence de cette première édi-

(*) Jean Trenchant, ou Tranchant est peu connu. La *Nouvelle Biographie Générale* de Didot ne le nomme même pas. Il est évidemment Français ; mais je ne connais ni son lieu d'origine, ni sa date de naissance, ni celle de sa mort.

(**) In-8° de 375 pages. L'exemplaire présenté à la section avait été obligeamment prêté par M. le capitaine Schuermans auquel il appartient.

(***) BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3e sér., t. 2. Leipzig, 1901 pp. 356 et 357. Les exemplaires de *L'Arithmétique* de Jean Trenchant ne sont pas nombreux dans les bibliothèques publiques belges. Je puis cependant citer à l'Université de Gand l'édition qui parut à Paris en 1617, chez la veuve de Jean Regnoul. Elle a identiquement le même nombre de pages que l'édition de Lyon 1602, dont elle ne diffère que par des détails insignifiants.



tion de 1558 et l'a signalée à plusieurs reprises à des auteurs qui l'oubliaient (*).

Je ne l'ai jamais vue. Mais M. Eneström a raison, car pour en indiquer au moins un exemplaire, je citerai celui du Collège de la Sainte Trinité, à Dublin (**).

L'*Arithmétique* de Trenchant est une Arithmétique dans le sens le plus particulier du mot et sans aucun caractère algébrique ; elle ne traite, par exemple, ni les équations, ni même le calcul des radicaux. Le corps de l'ouvrage se divise en trois livres, suivis de « deux petits discours », c'est-à-dire deux appendices, l'un sur les « Changes », l'autre sur « l' Art de calculer aux getons ».

Le premier livre est consacré aux quatre opérations fondamentales sur les entiers et les fractions. Le livre II traite les problèmes de mélanges, d'alliages, de monnaies, de compagnie, etc. etc. ; en un mot, les questions analogues à celles qui, de nos jours encore, se résolvent dans les traités d'arithmétique élémentaire, par des règles de trois ou de fausse position.

Le livre III est plus original et plus important. Trenchant n'y a pas mis de titre, mais voici en quels termes il en donne l'objet, dans la « Préface » :

« Le troisième (livre), dit-il, enseigne ce qui est moins vulgaire, et toutesfois qu'on pourroit désirer d'avantage, tant pour le fêt de marchandise que pour l'intelligence et pratique des autres parties de Mathématique : comme l'extraction des racines, la doctrine des proportions, mediétés, et des progressions sur lesquelles avons trouvé et mis une invention pour continuer toutes les autres qui ne sont multiples : et conséquemment montré à soudre plusieurs questions, même certains contes des banquiers envers le Roy, et assez d'autres, autrement ou sans celà insolubles. » (***)

(*) BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3e sér., t. 2, 1901, p. 356 ; t. 4, 1904, p. 215 ; t. 5, 1905, p. 403.

(**) D'après le *Catalogus librorum impressorum qui in Bibliotheca Collegii Sacrosanctae et individuae Trinitatis Reginae Elizabethae, juxta Dublin adservantur.* T. 8, Dublinii. E typographeo Academico, 1885, p. 166. — Il y est renseigné en ces termes : Trenchant (Jan). — L'arithmetique departie en troys livres ; ensemble vn petit discours des changes ; avec l'art de calculer aux getons. Lyon 1558, in-8°.

(***) Pp. 9 et 10. Je n'ai pas osé changer l'orthographe de Trenchant ; à entrer

L'invention dont se réclame ici Trenchant, mérite en effet d'être remarquée, ce sont ses tables d'intérêt, les premières qui furent publiées (*). Elles ont à bon droit empêché *L'Arithmétique* de Trenchant de tomber tout à fait dans l'oubli (**).

Il est peut-être à propos de rappeler ici ce qu'en disait le grand promoteur des tables d'intérêt, Simon Stevin. Je traduis la préface de l'édition originale de ses *Tafelen van Interest* (***), car le passage a été omis dans l'édition classique des *Œuvres* de Stevin, publiée par Albert Girard (****). Voici donc comment il s'exprime :

« Je ne donne pas ces tables, dit-il, pour une invention personnelle ; je me suis contenté de développer celles qui existaient. Jean Trenchant a écrit avant moi sur le même sujet au livre 3, chapitre 9, article 14 de son Arithmétique. Cet auteur y donne, pour 41 échéances successives, une table de ce genre, au taux de 4 pour cent en trois mois. Ces tables sont, il est vrai, d'un usage moins général que les miennes telles que je les donne ici. Elles

---

dans cette voie, on ne sait où s'arrêter ; mais pour la facilité du lecteur j'ai cru pouvoir, sans inconvénient, régulariser son accentuation, sa ponctuation et les lettres redoublées. J'écris aussi, *i*, *j* ; *u* et *v* suivant les habitudes modernes.

(*) J'emploie à dessein le mot « publiées » ; car dans les Pays-Bas, par exemple, les banques et les maisons de commerce en possédaient de manuscrites. Mais les propriétaires les regardaient comme de précieux secrets de métier qu'ils conservaient par devers eux avec un soin jaloux.

(**) C'est à ce point de vue, par exemple, que Cantor nomme *L'Arithmétique* de Trenchant, dans ses *Vorlesungen über Geschichte der Mathematik*, 2e éd., t. 2, Leipzig, 1900, pp. 611 et 612. Il fait aussi remarquer son calcul par les jetons.

(***) *Tafelen van Interest, Midtsgaders De Constructie der seluer, ghecalculeert Door Simon Steuin Brugghelinck.* T'Antwerpen, By Christoffel Plantyn inden gulden Passer. M. D. LXXXII. J'en connais, dans les bibliothèques belges trois exemplaires : Bibliothèque Royale de Belgique ; Université de Gand ; Musée Moretus-Plantin, à Anvers. Elles ont été minutieusement décrites dans la *Bibliotheca Belgica* par le Bibliothécaire en chef et les Conservateurs de la Bibliothèque de l'Université de Gand, Gand 1880-1890, 1e sér. t. 23, S. 124. De Reiffenberg leur a consacré un article intéressant dans l'ANNUAIRE DE LA BIBLIOTHÈQUE ROYALE DE BELGIQUE (3e année, Bruxelles, 1842, pp. 335-337), intitulé : *Édition de Simon Stevin négligée par les bibliographes.* (Pour plus de renseignements, voir : *Bibliotheca Belgica* par le bibliothécaire en chef et les conservateurs de la bibliothèque de l'Université de Gand, 1e sér. t. XXIII, Gand, 1880-1890, 5 S. 124.)

(****) A. Leyde, Chez Bonaventure et Abraham Elzevier, 1634.



furent dressées uniquement pour pouvoir juger le gain des banquiers dans les deux emprunts qu'ils proposèrent au roi Henri de France en l'an 1555. »

Ce problème de Trenchant est assez curieux (*) :

« En l'an 1555, dit-il, le Roy Henry pour ses affères de guerre, prenoit argent des banquiers, à raison de 4 pour 100 par foyre : c'est meilleure condition pour eux, que 16 pour 100 par an (**). En ce même an, avant la foyre de la Toussaincts, il reçeut aussi par les mains de certeins banquiers la somme de 3 954 641 écuz et plus, qu'ils appeloyent le grand parti : en condition qu'il payeroit à raison de 5 pour 100 par foyre, jusques à 41 foyre ou payement, qu'il demoureroit quitte de tout. Assavoir laquelle de ces conditions est meilleure pour les banquiers ?

« La première à 4 pour 100 par foyre est évidente, c'est-à-dire, l'on voit son proffit évidemment. Mais la dernière est difficile, de sorte que les inventeurs d'icelle ne l'ont trouvée qu'à tâtons et à peu près avec un labeur inestimable. Or veux je montrer à fère telles calculations legièrement et précisément, avec raison démonstrative facile à entendre en cette sorte : »

Vient ici la solution du problème. Le procédé de Trenchant consiste à construire une table d'intérêt, le résultat s'obtient ensuite par de simples règles de trois. Tout ceci est expliqué, par l'auteur, fort en détail, mais ses développements n'offrent rien de bien particulier ; je ne m'y arrête pas.

Dans ses *Tafelen van Interest*, Stevin revient à l'*Arithmétique* de Trenchant à propos de la discussion d'un problème. Je traduis de nouveau l'édition originale, le passage ayant été encore une fois omis dans les *Œuvres* de l'auteur éditées par Girard.

« Parmi tous ceux, dit Stevin (***), qui ont écrit dans leurs Arithmétiques sur la règle d'intérêt, je n'ai eu sous la main personne qui aît traité le sujet avec plus de subtilité que Jean Trenchant. Chez bien des gens son Arithmétique est loin de jouir d'une mince considération, car il en a paru une troisième édition. J'y ai trouvé une erreur au sujet d'un problème d'intérêt ; erreur d'autant plus

---

(*) P. 307.

(**) Il y avait, on le sait, quatre foires par an.

(***) P. 62.

dommageable que l'autorité de cette Arithmétique est plus grande. On ne trouvera donc sans doute pas mauvais de me voir saisir ici l'occasion de la corriger. Elle se trouve au livre 2, chapitre 9, article 10. »

Il serait oiseux de transcrire ici l'énoncé du problème indiqué. Il n'y a pas lieu de décider entre Stevin et Trenchant. En lui-même le problème est banal et des plus élémentaires et le litige porte sur un sujet de pure convention.

Dans les problèmes d'intérêt et d'escompte composés, comment faut-il compter l'intérêt ou l'escompte des mois et des jours complémentaires ?

A intérêt composé, dit Trenchant.

A intérêt simple, soutient Stevin, et il cherche à le démontrer. Ses arguments, cela va sans dire, n'ont aucun caractère mathématique. Mais encore une fois à ce dernier point de vue, le seul à considérer ici, Trenchant et Stevin ont tous les deux raison ; tout consiste à définir avec précision le sens du problème.

Stevin cite encore Trenchant à une troisième reprise (*), mais si je le relève ici, c'est dans le seul but de pouvoir dire une fois de plus que le passage est supprimé dans l'édition des *Œuvres* de Stevin par Girard.

A ce propos, on me pardonnera, je l'espère, une très courte digression.

Avec son grand sens d'historien M. Maurice Cantor a signalé le danger d'étudier Stevin dans l'édition de Girard, sans recourir aux éditions originales (**). Une pratique déjà longue de ces dernières me permet de l'affirmer, Girard n'ajoute rien à Stevin sans le dire ; avec un peu d'habitude on ne saurait s'y tromper. Il ne change pas non plus de texte. Mais Girard n'est qu'un mathématicien. Certains renseignements historiques ou bibliographiques très curieux lui paraissent, à lui, dénués de toute importance. Il fait alors des coupures.

C'est pour aujourd'hui tout ce que je voulais remarquer sur ce sujet, car il mériterait une étude approfondie.

---

(*) P. 23. Il s'agit du problème donné par Trenchant au liv. 3, ch. 9, art. 6, p. 301.

(**) *Vorlesungen*, 2e éd., t. 2, p. 573.



Outre les tables d'intérêt, un autre chapitre du livre III de l'*Arithmétique* de Trenchant mérite un instant d'attention ; c'est le chapitre 4 intitulé : « Doctrine générale pour extrère toutes racines ».

Trenchant, dans les chapitres précédents, vient d'expliquer l'extraction de la racine carrée et de la racine cubique. « Il me sembloit, dit-il alors (*), assez avoir montré l'art d'extrère les racines quarrée et cubique, car les autres ne viennent comme rien en usage. Toute fois pour satisfère aux studieux, j'ay voulu icy mettre une règle générale pour les extrère toutes. Pour fondement de laquelle, j'ay formé ce trigône semé de nombres, s'imbolisans *(sic)* et s'engendrans les uns les autres par un ordre de grandissime considération. »

2
3 . 3
4 . 6 . 4
5 . 10 . 10 . 5
6 . 15 . 20 . 15 . 6
7 . 21 . 35 . 35 . 21 . 7
8 . 28 . 56 . 70 . 56 . 28 . 8
9 . 36 . 84 . 126 . 126 . 84 . 36 . 9
10 . 45 . 120 . 210 . 252 . 210 . 120 . 45 . 10

En se reportant à ma *Note sur l'histoire du Triangle Arithmétique des coefficients du binôme* de Stifel à Pascal, publiée dans le tome XXXI des ANNALES (**) on voit que le Triangle de Trenchant n'est qu'une légère modification de celui de Tartaglia.

« Ces nombres pour la pratique, ajoute Trenchant (***), sont plus au naturel couchez sous la forme de cet autre triangle : »

---

(*) P. 249.

(**) 1re partie, pp. 65-72.

(***) P. 250.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | 10 |
| | | | | | | | 9 | 45 |
| | | | | | | 8 | 36 | 120 |
| | | | | | 7 | 28 | 84 | 210 |
| | | | | 6 | 21 | 56 | 126 | 252 |
| | | | 5 | 15 | 35 | 70 | 126 | 210 |
| | | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | 84 | 120 |
| | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 36 | 45 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| $x^2$ | $x^3$ | $x^4$ | $x^5$ | $x^6$ | $x^7$ | $x^8$ | $x^9$ | $x^{10}$ |

Cette dernière disposition est personnelle à l'auteur. C'est le Triangle de Stifel auquel on aurait imprimé une rotation de 90 degrés, tout en maintenant les barres de séparation verticales. Elle est, pourrait-on dire, à peu près au Triangle de Stifel, ce que le Triangle de Pascal est à celui de Tartaglia. Mais dans cette dernière comparaison la rotation du Triangle de Tartaglia a été de 45 degrés seulement.

Les puissances de l'inconnue imprimées au bas des colonnes sont écrites, dans l'original, en signes cossiques de Stifel. Pour éviter des embarras d'imprimerie, j'emploie la notation moderne $x^2$, $x^3$, $x^4$... etc.

Comme application du Triangle, Trenchant expose l'extraction de la racine 5e (*). Le nombre sur lequel il opère est 2059 62976 dont la racine est 46. Ses explications sont fort claires. Quant aux calculs, ils se disposent, d'après lui, le plus avantageusement comme ci-dessous. C'est une imitation fidèle de sa disposition des calculs de l'extraction de la racine cubique (**). Pour en faciliter la lecture, à l'exemple de Treutlein (***), j'y joins la signification en notations modernes.

(*) Pp. 250-253.

(**) Pp. 238-241. Je l'omets ici pour abréger. Trenchant y donne les deux dispositions de calculs employées dans son extraction de la racine cinquième.

(***) *Das Rechnen im 16. Jahrhundert.* ABHANDL. ZUR GESCHICHTE DER MATHEMATIK, Leipzig, Teubner, 1877, pp. 71-75. Il est intéressant d'y comparer le procédé de Trenchant à ceux de ses contemporains. Treutlein donne, au



Le premier tableau a quatre colonnes verticales.

La 1re renferme la puissance des dizaines des termes successifs du développement du binôme. La 2e contient en regard le coefficient respectif de chaque terme ; la 3e, la puissance des unités ; la 4e enfin le produit des trois nombres précédents.

Les chiffres imprimés ici en italique sont, suivant un usage courant au XVIe siècle, barrés par un trait dans l'original. Tout le reste se comprend aisément sans explications ultérieures.

*Extraction de la racine cinquième* (*)

| | | | |
|---|---|---|---|
| 2560000 | 5 | 6 | $76800000 = 5d^4u$ |
| 64000 | 10 | 36 | $23040000 = 10d^3u^2$ |
| 1600 | 10 | 216 | $3456000 = 10d^2u^3$ |
| 40 | 5 | 1296 | $259200 = 5du^4$ |
| | | 7776 | $7776 = u^5$ |
| | | | $103562976 = 5d^4u + 10d^3u^2 + 10^2d^2u^3 + 5du^4 + u^5$ |

| | | |
|---|---|---|
| 2059 | 62976 | (R. 46 |
| 1024 | ..... | $= d^5$ |
| 1035 | 62976 | |
| *128* | *00000* | $= 5d^4$ |
| 1035 | 62976 | |
| .... | ....0 | |

« Les nulles (**) qui se mettent après la racine 4 et ses produiz,

passage indiqué, les méthodes d'Etienne De La Roche, Chr. Rudolff, Apian, Cardan, Gemma Frisius, Stifel, Ramus, Menher et Stevin. Depuis lors j'ai fait connaître celles de Gosselin (*Le De Arte Magna De Guillaume Gosselin.* BIBLIOTHECA MATHEMATICA, 3e sér., t. 7, Leipzig, 1906-1907, p. 49), Nicolas Petri (*La « Practicqve om te leeren cypheren » de Nicolas Petri de Deventer.* ANN. DE LA SOC. SCIENT., t. XXXII, 2 part., p. 284) et Adrien Romain (*Le fragment du Commentaire d'Adrien Romain sur l'Algèbre de Mahumed ben Musa el-Chowârezmi,* ANN. DE LA SOC. SCIENT., t. XXX, 2e part., p. 284).

(*) P. 252.

(**) Les « Nulles » sont les zéros ; « La racine 4 » signifie la 4e puissance $d^4$ des dizaines. Ceci posé, l'équivalence des deux dispositions des calculs saute aux yeux.

ajoute Trenchant (*), se peuvent mettre après les nombres tirez du triangle, sçavoir est, un après l'inférieur nombre, puys deux, puys troys, et ainsi par ordre après les autres nombres en montant comme à ce triangle cy après : car prenez les nombres servans à chaque espèce de racine que vous voudrez, vous avez aussi les nulles à dextre qui se rapportent à chaque figure : comme aussi cette formule (qui est une autre disposition du précédent article) le montre : »

| | | | |
|---|---|---|---|
| 256 | 5 | 0000 | 6 |
| 64 | 10 | 000 | 36 |
| 16 | 10 | 00 | 216 |
| | 5 | 0 | 1296 |
| | | | 7776 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | 8 | 0000000 |
| | | | | | 7 | 28 | 000000 |
| | | | | 6 | 21 | 56 | 00000 |
| | | | 5 | 15 | 35 | 70 | 0000 |
| | | 4 | 10 | 20 | 35 | 56 | 000 |
| | 3 | 6 | 10 | 15 | 21 | 28 | 00 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 0 |
| $x^2$ | $x^3$ | $x^4$ | $x^5$ | $x^6$ | $x^7$ | $x^8$ | |

### Seconde section

—

*Mardi 20 avril 1909.* — La section procède au renouvellement de son bureau. Sont élus :

*Président :* R. P. Wulf, S. J.
*Vice-présidents :* M. Van de Vyver.
M. J. Delemer.
*Secrétaire :* R. P. Lucas, S. J.

(*) Pp. 252 et 253. Dans l'original les puissances des inconnues placées au bas des colonnes du tableau sont naturellement exprimées en signes cossiques de Stifel.



M. Delemer fait une communication sur *la correspondance des champs visuels des deux yeux dans la vision bi-oculaire.* On la trouvera *in extenso* dans la Revue des Questions scientifiques, livraison du 20 juillet 1909 ; en voici un résumé.

On sait qu'une ligne droite tracée sur un mur blanc et regardée *en face avec un seul œil,* ne paraît exactement verticale à l'œil droit que si elle penche légèrement à droite ; et à l'œil gauche, que si elle penche légèrement à gauche. — C'est du moins le fait des yeux emmétropes normaux (Meissner).

L'angle des deux lignes qui paraissent verticales à chacun des deux yeux est intéressant à connaître pour les études d'optique physiologique. Le but de cette note est d'indiquer une méthode très simple permettant aisément *aux personnes non initiées aux*

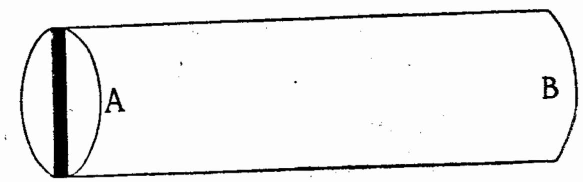


*Fig. 1.*

*expériences de l'optique physiologique*, de déterminer l'angle des deux lignes *paraissant verticales à l'un et à l'autre de leurs yeux.*

Cette méthode sert aussi à mesurer l'angle beaucoup plus petit que font entre elles les droites paraissant horizontales à l'œil droit et à l'œil gauche ; à cause de cela, elle nous semble avoir quelqu'intérêt, au point de vue de l'étude de la correspondance des deux champs visuels dans la vision bi-oculaire.

*Expériences pour déterminer l'angle des deux droites paraissant verticales.* — Soit un cylindre AB (fig. 1) ouvert à ses deux extrémités, ayant environ 1 mètre de longueur et 15 centimètres de diamètre ; il doit avoir son axe horizontal. L'observateur ayant les yeux à *l'extrémité B* du cylindre, regarde les objets à travers ce cylindre et dans la direction de son axe.

*Première expérience.* — La figure à regarder se compose de deux bandes de teinte foncée sur fond clair. L'une des bandes est rigoureusement verticale, l'autre l'est à peu près, mais on peut