

Over beelden, figuren en symbolen

Albrecht Heeffe¹

Centrum voor Logica en Wetenschapsfilosofie, UGent

Inleiding

Ik heb het genoeg gehad lessen gevolgd te hebben bij Marc De Mey van 1980 tot 2002, weliswaar, en gelukkig maar, met een lange tussenperiode. Tijdens mijn licentie filosofie gaf Marc twee vakken waarvan de materie enkele jaren later gepubliceerd werd in zijn boek *The Cognitive Paradigm* (De Mey 1982). Tijdens mijn post-graduaatsopleiding 2001-02 doceerde hij de cursus *Historical and Contemporary Theories of Vision: Perspectives and Perception*. Wat me sterk opviel is dat zijn stijl van lesgeven in die twintig jaar weinig veranderd was. Ik heb die expliciet uitdagende stijl steeds gewaardeerd. Door het poneren van sterke stellingen worden studenten aangespoord om een eigen mening te formuleren en de nodige nuances en interpretaties te zoeken. In zijn lessen over perceptie werd o.m. de stelling geponeerd dat binnen de geschiedenis van de optica een picturale representatie van het oog de theorieën over visie vooraf gingen.

Hoewel ik deze hypothese hier verder zal betwisten is juist de uitdaging van een reconstructie van de geschiedenis van de optica de aanleiding geweest om mijn werk over de ontdekking van de brekingswet aan te vatten (Heeffe 2003, 2006). Verder is ook de vraag naar de precedentie van representatie of theorie centraal gesteld binnen mijn doctoraatsonderzoek naar het ontstaan van de symbolische algebra.

Maar Marc is meer geweest voor mij dan lesgever alleen. Zowel bij mijn thesisbegeleiding als mijn 20 maanden durende burgerdienst die daarop volgde was hij mijn mentor. Door hem kwam ik in aanraking met artificiële intelligentie wat een brug vormde tussen mijn vroegere opleiding als industrieel ingenieur electronica en die als filosoof. Samen ontwikkelden we experimenten zoals de Stroop test die toen (1984) de grenzen aftastten van wat mogelijk was met personal computers. Hij gaf me het zelfvertrouwen om hierin verder te werken. Kort na mijn graduatie nam hij me mee naar Leuven en liet mij een lezing geven over mijn thesisonderwerp: een poging om bewustzijn te karakteriseren binnen het raamwerk van Hofstadter (1979) met computerschaak als metafoor. Ik ging er naar toe met veel zelfvertrouwen maar zonder enige voorbereiding. Halverwege mijn lezing ben ik er mee gestopt want ik had geen echt verhaal voorbereid. Ik heb daar een belangrijke les geleerd: geen goede lezing zonder een goede voorbereiding. Sindsdien heb ik steeds veel aandacht besteed aan de voorbereiding van presentaties en de zorgvuldige selectie van relevante illustraties, iets waar Marc steeds een goed oog voor had. Een jaar later, tijdens de hoogdagen van artificiële intelligentie, stond ik op IJCAI-85 voor een publiek van zeshonderd specialisten in de overvolle auditoria van de UCLA zonder gezichtsverlies (Heeffe 1985). Marc heeft de reis betaald van zijn budget terwijl het toen recent gelanceerde impulsprogramma met een budget van 1 miljard BEF wel veel Vlaamse deelnemers van andere universiteiten en

¹ Post-doctoraal onderzoeker van het FWO Vlaanderen. Deze tekst kwam tot stand tijdens een studieverblijf in Kobe, Japan. Ik dank Prof. Miura van Kobe University en St-Catherine's College (University of Oxford) in Kobe voor hun gastvrijheid.

industriële partners had opgeleverd maar helaas behalve Luc Steels (VUB) en mezelf geen verdere sprekers.

De picturale transformatie van het oog

In een vrij uitgebreide studie van Renaissance anatomische tekeningen die de functie van het oog uitbeelden, betoogt De Mey (1997) dat de evolutie van de picturale representatie van het oog de theorie over visie voorafgaat. In de loop van de zestiende eeuw zien we een volledige omwenteling in het beeld dat men had over visie wat leidde tot de transitie van de perspectivistische traditie naar het retinaal beeld paradigma. Een transformatie die volgens De Mey (1997, 75) “can be compared to the difference between Ptolemaic and the Copernican model in astronomy”. Om een lang verhaal kort te maken, de belangrijkste stap in die reconstructie van het beeld van het oog was volgens De Mey de conceptualisatie van het kristallijn lichaam door Vesalius als twee segmenten van een bol aan elkaar verbonden. Als een marginale noot in *de humani corporis fabrica* (1543) toont Vesalius hoe je van de twee segmenten een middelste schijf kan weg halen om zo tot een vorm te komen die we kennen als biconvexe lens. De Mey wijst op het belang hiervan, waarbij Vesalius expliciet de term ‘lens’ gebruikt, en daarbij zowel refereert naar de etymologische basis van de linzenvorm (*lens esculenta*) als naar de technische metafoor van een lens zoals die gekend was binnen de perspectivistische traditie. Het populaire gebruik van optische apparaten had een bepalende invloed op de vormgeving van het oog binnen een kleine kring van natuurfilosofen. De Mey beschouwt het proces van populaire, exoterische invloeden op de esoterische inner-circle wetenschappers als een schoolvoorbeeld van de sociale invloed op de interne ontwikkeling van de wetenschap. Zoals Latour (1984) het proces analyseerde waarbij Pasteur zijn studieobjecten transformeerde zo ook transformeerde de picturale representatie van het oog bij de perspectivisten om te komen tot de moderne theorie van het retinaal beeld. Een vraag die men hierbij kan stellen, en die De Mey ook stelt, is waarom dat proces drie eeuwen heeft geduurd. De verklaring die hij hiervoor geeft is dat die lange periode overeenkomt met het proces waarbij de lens weliswaar gezien werd als een interessant instrument maar eerder een populair gadget was dat de werkelijkheid vervormt om pas geleidelijk te komen tot de opvatting te komen dat de lens een functionele component was binnen het visueel systeem.

Tot daar een samenvatting van de belangrijkste stellingen van De Mey (1997). We zullen nu verder ingaan op twee punten: 1) de verklaring van de lange periode die nodig was voor de transformatie naar een retinaal beeld paradigma. Hierbij zullen we een alternatieve verklaring formuleren op basis van de conceptuele barrière theorie van Margolis (1993) en 2) de stelling dat een picturale representatie de theorie voorafgaat. We zullen argumenteren dat dit voor het retinaal beeld paradigma juist *niet* het geval was. Toch is de vraag naar de precedentie van representaties of theorie een fascinerend thema en we zullen tenslotte hierover verder uitweiden binnen het kader van symboliek als een vorm van model-gebaseerd redeneren.

Conceptuele barrières

In *Paradigms & Barriers* van 1993 lanceert Howard Margolis de gedurfde en sterke thesis dat het er bij wetenschappelijke revoluties meestal op aankomt om slechts één of enkele conceptuele barrières te overkomen om tot een nieuwe wetenschappelijke theorie

te komen. Juist omdat De Mey de historische transformatie naar een retinaal beeld theorie beschrijft in termen van paradigma's lijkt ons deze aanpak toepasbaar op zijn verhaal. Om zijn theorie te ondersteunen vertrekt Margolis van de zogenaamde "habits of mind", gewoonten en patronen die onze cognitieve processen sturen. Deze "habits of mind" zijn kritische intuïties die eigen zijn aan een periode en een gemeenschap en als dusdanig constitutief zijn voor een paradigma. Een barrière is een vastgeroest patroon of een methodologische gewoonte die een cognitieve doorbraak naar een nieuwe theorie in de weg staat. Margolis gebuikt de term "entrenched habit of mind", letterlijk ingegraven gewoontes. De conceptuele afstand tussen het overheersende en het nieuwe, conflicterende beeld bepaalt of er al dan niet een paradigmawijziging mogelijk wordt binnen een bepaalde wetenschappelijke gemeenschap. Margolis bespreekt verschillende historische gevallen zoals de Copernicaanse revolutie. Vooral zijn analyse van de ontwikkeling van de probabiliteitstheorie bij Pascal en Fermat is zeer overtuigend. De barrière die daar in de weg stond van de moderne waarschijnlijkheidsrekening is de eenvoudige idee dat een probabiliteit een unieke kwantiteit is die exact kan bepaald worden. De overheersende opinie zag waarschijnlijkheid als een vage, onbepaalde grootheid.

Wat kunnen nu die conceptuele barrières geweest zijn om tot de theorie te komen van het retinaal beeld? Ik zie er twee: het omgekeerd beeld in de *camera obscura* en de refractie van de schuine stralen. We zullen ze achtereenvolgens behandelen.

Het omgekeerd beeld in de *camera obscura*

Het belang van analogieredeneringen en metaforen bij wetenschappelijke ontdekkingen is niet te onderschatten. Het is dan ook meer dan waarschijnlijk dat het gebruik van metaforen functioneel is geweest om te komen tot de theorie van het retinaal beeld. Voor De Mey is die metafoor in de eerste plaats de lens. De expliciete referentie die Vesalius maakt in zijn *Fabrica* is voor De Mey (1997, 96) een "remarkable turn indicating a development that is neither theory nor observation based, but technology driven!". Toch wordt niet overtuigend aangetoond hoe het oog als een lens dan wel de aanleiding was om tot de theorie te komen. Het oog is immers zelf geen lens. Cruciaal bij de nieuwe theorie is de projectie van een beeld op de retina aan de achterzijde van het oog. Als we zoeken naar technische apparaten die kunnen functioneren als metafoor voor dit proces dan komt in de eerste plaats de *camera obscura* in aanmerking. Projectie in een donkere kamer was reeds gekend bij de Arabieren vanaf al-Kindi in de negende eeuw. Ibn al-Haytham, in Europese teksten beter gekend als Alhazen, schrijft een eeuw later er uitgebreid over (Sabra 1989). In de Europese perspectivistische traditie vinden we een uitvoerige behandeling in de *Perspectiva* van Witelo. Hoewel Kepler de eerste was om de term *camera obscura* te gebruiken was hij niet de eerste om het te overwegen als metafoor voor het oog.

Dikwijls wordt Alhazen aangewezen als de eerste die de analogie zag tussen het oog en een *camera obscura*. Van de gepubliceerde teksten van Alhazen zie ik daar geen onmiddellijk bewijs voor. Een aanwijzing is de mysterieuze zin "Et nos non inventimus ita", wij hebben dit niet uitgevonden, mogelijks verwijzend naar het principe van de *camera obscura* in het oog. Meer expliciet dan dergelijke vage aanwijzing vinden we bij Leonardo da Vinci en Maurolico. Veltman (1986a en 1986b) toont aan hoe Leonardo de *camera obscura* beschrijft in de manuscripten gekend onder de sigla's C en D van rond

1509. Op *carta* 190^v van *C* tekent Leonardo verschillende figuren die betrekking hebben op de omkering van het beeld in het oog. Tussen die figuren vinden we ook een voorlopige schets van de *camera obscura* die de bedoeling lijkt te hebben om de relatie met het oog aan te duiden. In *D* vinden we een nog explicietere aanwijzing. De marge van *carta* 10^v toont een tekening van een *camera obscura* met diverse grijsgradaties. Daarboven staat geschreven “eerst” en een tekening van een oog waarbij de lichtstralen zich omkeren in de pupil.

Dit lijkt er inderdaad op te wijzen dat Leonardo een analogierelatie zag tussen het oog en de *camera obscura*. Maar welke functies maken deel uit van de analogie? De enige expliciete referentie heeft betrekking op de pupil. De kleine opening van de *camera obscura* staat dus als metafoor voor de pupil waar het licht het oog binnenkomt. De omkering van het beeld in de *camera obscura*, een fenomeen dat goed bekend en beschreven was, was op zich echter een obstakel voor een volledige analogie. Wij zien alles rechtstaand. Hoe kan dan het beeld zich omdraaien in het oog? Er zijn aanwijzingen dat Leonardo het probleem van de omkering trachtte op te heffen. Hij vergeleek het kristallijn lichaam met een waterbal, die heeft immers de eigenschap om beelden om te keren. Als het beeld dus omgekeerd werd geprojecteerd op het kristallijnlichaam dan werd het daarna terug recht geplaatst. Het feit dat we de dingen rechtop zien is een zo sterk vastgeroest patroon dat dit herhaaldelijk een barrière was om de *camera obscura* te zien als een volwaardig model voor het oog. De perspectivisten moesten eerst dit probleem oplossen vooraleer het retinaal beeld als theorie kon worden aanvaard.

De volgende die de *camera obscura* metafoor gebruikte was Maurolica in zijn *Theoremata de Lumine et Umbra* geschreven in 1521 maar pas gepubliceerd in 1611. Een compleet model van het oog als een donkere kamer was echter niet mogelijk omdat Maurolico het kristallijn sap zag als het scherm waarop het beeld geprojecteerd werd eerder dan de kamer zelf. Een belangrijke aanvulling op weg naar de nieuwe theorie was de zeer populaire *Magiae Naturalis* van Della Porta (1558) waarin voor het eerst beschreven werd hoe een lens in de opening van een *camera obscura* kan geplaatst worden (boek 17, hoofdstuk 12). Hier is de lens reeds een functioneel onderdeel van het visueel systeem. Het is ook hier dat Kepler de metafoor overnam van het oog als een camera en de lens als onderdeel daarvan. Dat weten we omdat Kepler, in zijn *Ad Vitellionem paralipomena* en in tegenstelling tot Descartes, niet alleen zijn bronnen alle krediet geeft maar ook zijn gedachtengang en zelfs zijn falende hypothesen uitvoerig beschrijft (Kepler 1604, 51-54). De metafoor wordt behandeld in hoofdstuk 5 over “de middelen van zicht”. Vanwege het belang voor de ontwikkeling van de retinaal beeld theorie geven we de Nederlandse vertaling van een vrij uitgebreid fragment (gebaseerd op de recente Engelse editie van Donahue, 2000). In het eerste deel formuleert Kepler de volledige analogie tussen het oog en de *camera obscura* waarvan hij de principes eerder behandelde:

Bijna hetzelfde gebeurt [in het oog] zoals wij in hoofdstuk 2 hierboven bewezen hebben voor de *camera obscura*. De pupil neemt hierbij de plaats in van de opening, het kristallijn lichaam de plaats van het paneel aan de overkant, met dat verschil dat wegens de nabijheid van de pupil en de kristallijn, de volledige kruising hier nog niet is bewerkstelligd, met het resultaat dat alles nog verward is. [...] En zo, tenslotte, als rechte lijnen

van de punten van de hemisfeer door het centrum van de retina en van het kristallijne sappen werden getrokken, zullen die lijnen de punten van hun eigen respectief beeld op de retina tegenover merken.

Hier wordt ondubbelzinnig beschreven hoe een extern beeld geprojecteerd wordt op de retina aan de achterkant van het oog, waarbij niet alleen de pupil wordt vergeleken met de opening van de donkere kamer maar ook de retina met het scherm aan de achterzijde van de kamer. Daarbij maakt de lens een functionele component uit van het geheel. Maar was het omgekeerd beeld dan geen blokkerende factor voor Kepler? Toch wel, het blijkt dat, nadat hij tot een werkende theorie was gekomen, hij nog steeds bezorgd was over het feit dat het beeld omgekeerd wordt en schrijft letterlijk “Wat betreft de omkering van het beeld bij mij, dat kan als argument tegen mij gebruikt worden” (Kepler 1604, 205). Zelf had hij geen kant en klaar antwoord hiervoor maar dankzij twee houvasten kon hij die conceptuele barrière overwinnen. Ten eerste had de Zwitserse arts Platter (1583) eerder al geopperd dat niet het kristallijn maar de retina de echte visuele receptor van het oog was. Kepler onthield zich van anatomische speculaties en zag in de anatomische observaties van Platter een belangrijke steun. Hij gebruikt hem als een gezagsargument: “Ik steun me vooral op de illustraties van Felix Platter voor de structuur en functies van het menselijke lichaam” (Kepler 1604, 159). Maar nog belangrijker was Kepler zijn zelfvertrouwen als wiskundige en zijn kennis van de geometrische optica. Hij formuleerde geen vage theorie over de vorming van een beeld op de retina, hij had, zoals we verder zullen zien, een klaar en duidelijk geometrisch model van drievoudige refractie dat *toont* hoe het beeld op de retina geprojecteerd wordt. De optica was zijn vak. Kepler had zijn werk gedaan en optica eindigt bij de retina. De rest is fysica.

Als besluit kunnen we stellen dat het omgekeerd beeld een ernstige conceptuele barrière vormde voor de theorie van het retinaal beeld. Met de weg geëffend door Leonardo en Platter en een rotsvast geloof in de onfeilbaarheid van de geometrische optica moest het beeld wel omgekeerd op de retina verschijnen. We kunnen spreken van twee soorten bewegingen om de conceptuele afstand tussen twee theorieën te overbruggen: een *push* en een *pull* beweging. In dit geval is er sprake van een *pull* beweging. De aantrekkelijkheid van de nieuwe theorie door de ondersteuning van een geometrisch model en de analogie met een werkend technisch apparaat is zo groot dat de afstand kon overbrugd worden.

Refractie van de schuine stralen

Er was nog een tweede belangrijke conceptuele stap die moest genomen worden. En die kunnen we volledig op de rekening van Kepler schrijven.

Ondanks het gebruik van de termen ‘paradigma’, ‘transformatie’ en de verwijzingen naar Kuhn blijft De Mey voorzichtig en aarzelt om te spreken van een revolutie in de theorieën over ons visueel systeem. Met betrekking tot de houding van Kepler tegenover de doctrines van de perspectivisten schrijft hij dat het “makes us wonder whether it would not be more appropriate to reconstruct the cognitive evolution from the prespectivist to the retinal image doctrine of visual perception in Piagetian development terms rather than to impose Kuhnian terms on it” (ibid. 104). Hij leest in de alom geprezen studie van perspectivistische theorieën over visie van Lindberg (1967) een continue ontwikkeling

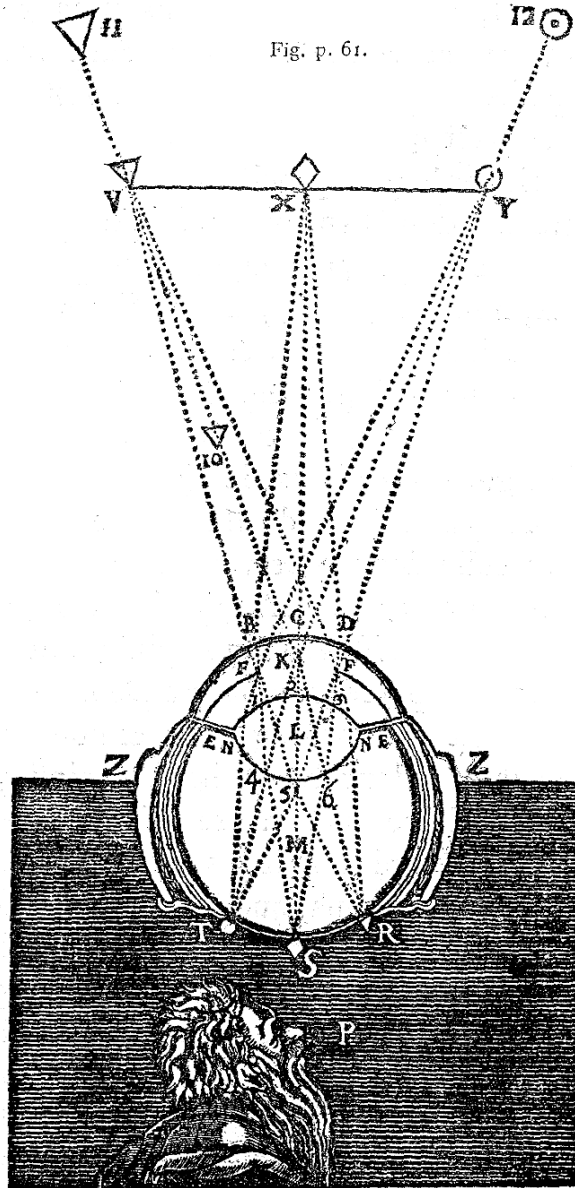
met enkele “minor additions or changes of various representation schemes” wat uiteindelijk leidde tot “the successful completion of the visual cone paradigm” (ibid. 103). Inderdaad gebruikt Lindberg niet de termen ‘paradigma’, hij citeert Kuhn noch Fleck en we vinden de term ‘ontdekking’ zelfs niet in de index van zijn boek, maar toch zijn bij Lindberg alle elementen aanwezig om te spreken over een paradigmashift. Kepler beschouwde de perspectivistische theorie duidelijk als ontoereikend vanuit anatomisch oogpunt. Op basis van de anatomische studies van Platter (1583) waren er voor Kepler twee fundamentele problemen over de rol van de kristallijne sappen bij de perspectivisten: 1) ze zijn op generlei wijze verbonden met de zenuwkanalen die de gewaarwording van licht moeten communiceren met onze hersenen, zoals de perspectivisten voorop stelden, en 2) de achterkant van het kristallijn lichaam is helemaal niet vlak wat volgens Wittelo nodig was om de omkering van het beeld te voorkomen. Maar nog belangrijker voor Kepler was dat de theorie van de perspectivisten conflicteerde met zijn eigen geometrische en fysische overwegingen. Lindberg (1967, 189) schrijft:

Het zwakke punt van de [perspectivistische] theorie vanuit een wiskundig en fysisch standpunt is zijn onuitvoerbare en inconsistente regeling voor het elimineren van overtollige straling die in het oog valt. Aangezien elk punt binnen het oog straling van elk punt op het visuele gebied ontvangt, zal er totale verwarring zijn tenzij een deel van de lichtinval wordt genegeerd of de gehele stralingskegel wordt op de een of andere manier gereorganiseerd. Wittelo en andere perspectivisten losten dit probleem op door erop te wijzen dat slechts één enkele straal van elk punt op het visuele gebied in het oog zonder breking overgaat.

De schuine lichtinval was een onoverkomelijk probleem voor de perspectivisten zodat het uiteindelijk werd doorgezwegen. Maar de schuine stralen zijn niet fundamenteel verschillend van de verticale. Het zijn gelijkwaardige lichtstralen die bijdragen tot de vorming van het beeld. Kepler zag geen geldige reden om ze buiten beschouwing te laten. Schuine stralen moeten dus ook gebroken worden op de cornea. Lindberg beschouwt het verzwijgen van schuine stralen de achilleshiel van de visuele theorie van de perspectivisten. Kepler gaf hen de doodsteek door aan te tonen dat, en in welke mate dat de schuine lichtinval bijdraagt tot de vorming van het beeld op de retina. Als de schuine stralen niet kunnen genegeerd worden dan valt elke justificatie weg van de perspectivistische theorie. Is dit geen voldoende voorwaarde voor een paradigmashift? Door de breking van de schuine lichtinval in beschouwing te nemen, ondermijnde hij niet alleen de perspectivisten, hij legde de basis voor de vorming van een nieuw paradigma van het retinaal beeld. In dit geval spreken we van een *push* beweging. Zo het hier niet gaat over een interne inconsistentie in het perspectivistisch paradigma, dan toch zeker een anomalie of een tekortkoming. Door dit intern probleem op te lossen werd de conceptuele barrière overwonnen en kwam Kepler tot de nieuwe theorie met drievoudige refractie. Om verder de cruciale passage van de tekst van Kepler te volgen geef ik eerst een korte uitleg aan de hand van Figuur 1, waarop we hieronder verder zullen ingaan. Het visuele veld wordt voorgesteld door drie punten *X*, *V* en *Y* die samen de visuele kegel vormen van de lichtinval op de cornea of hoornvlies. Vanuit elk van deze punten vertrekken drie

stralen naar het oog met de bedoeling om in zijn analyse ook rekening te houden met de schuine stralen. Een model gebaseerd op drie punten met telkens drie stralen was reeds eerder gebruikt door Kepler in hoofdstuk 4 van de *Paralipomena* voor de (mislukte) kwantitatieve analyse van de brekingsindex (zie Heeffe 2003).

60. LA DIOPTRIQUE. — DISCOURS VI. 139
prement a voir, mais a imaginer fa distance. Comme;



regardant de loïn quelque cors, que nous auons ac-

Figuur 1: De figuur die de theorie van het retinaal beeld illustreert bij Descartes

Alle drie stralen vanuit een punt convergeren door de refractie op de cornea waarna ze verder lopen tot de voorkant van de lens *L*. Ze worden opnieuw gebroken door het oppervlak van de kristallijne lens en een derde keer bij de achterzijde van de lens. De belangrijke doorbraak van Kepler is dat hij hier aantoont dat alle drie de stralen vanuit de punt *X*, *V* en *Y*, dus ook de schuine stralen, door de drievoudige breking convergeren tot telkens één enkel punt op de retina. Het principe van dubbele refractie binnen een biconvexe lens zal hij later meer extensief behandelen in de *Dioptrice* van 1611. We geven nu verder een letterlijke vertaling van de originele tekst die volgt op het vorig fragment:

Daarna, als deze kegel langs links geconstrueerd wordt en op de achterkant van het kristallijn geprojecteerd wordt, zal de breking gebeuren naar de rechterkegel, en neemt aldus een schuine weg door het kristallijn, en op die manier valt het direct in op het hyperbolisch oppervlak van het kristallijn, waar het opnieuw gebroken wordt naar de vorige rechterkegel, maar slechts lichtjes, met het resultaat dat het minder afwijkt van de vorige rechterkegel in het sap dan in het kristallijn, maar niettemin wijkt het af, en zal zo op de linkerkant van de retina vallen. Maar de verhouding binnen de hemisfeer zou kunnen worden verstoord als de punten buiten in de lucht, tegenover elkaar van het centrum van het oog, afwijken van de oppositie door de drievoudige breking die plaats vindt aan de oppervlakten van het hoornvlies en het kristallijn, en in de diepte van het oog moesten stromen alsof vanuit een invalshoek, en zo in een gedeelte van de hemisfeer moesten verzamelen die minder dan de hemisfeer is. Om dit voorkomen, heeft de Natuur een uitstekende proportie voorzien, door het centrum de retina niet te vestigen bij de kruising van de assen van de kegels die allen door het glasvocht gaan, maar meer naar binnen, en door de rand van de retina verder van de kanten te plaatsen, zodat daardoor de langere kegels, die divergent zijn, de rechte (en daarom kortere) delen van de retina zouden onderscheppen. Maar diegene die korter zijn en minder afwijken naar de kanten van de retina, zouden zich afbeelden op grote delen van de retina, met een smalle hoek die schuin worden afgebeeld: en deze kegels die tot punten behoren die van tegenovergestelde kanten komen, hoewel zij niet in oppositie staan wanneer ze worden gebroken, zouden niettemin op tegenovergestelde punten van de retina vallen, en zo zou er gecompenseerd worden.

Theorie en representatie als de kip en het ei?

Voor De Mey is de overgang van de perspectivistische theorie van het oog naar die van het retinaal beeld gebaseerd op een picturale transformatie. Bovendien is de transformatie van de picturale representatie voorafgaand aan de conceptuele schema's die deze moeten verklaren. Volgens De Mey gebeuren de opeenvolgende wijzigingen in anatomische tekeningen vroeger dan de ontwikkeling van de theorieën. Dit is een interessante thesis met belangrijke consequenties, maar gaat ze wel op voor het onderwerp dat we hier behandelen? Wat betekent een picturale transformatie?

Vanzelfsprekend gaat het hier over representaties. De tekeningen, noch het oog als object veranderen maar de wijzigingen situeren zich in de representaties van de werking van het oog die anatomen en natuurfilosofen in de loop van de geschiedenis ontwikkelden. Illustraties en tekeningen kunnen verschillende functies hebben en deze functies kunnen in de loop van de geschiedenis van de wiskunde en wetenschappen mogelijk wijzigen. Een belangrijke recente studie van Reviel Netz (1999) onderzoekt de rol van figuren binnen de antieke geometrische traditie van Euclides. Hij toont aan dat een figuur uit de *Elementen* een andere rol had binnen de antieke traditie dan dezelfde figuur is toebedeeld in hedendaagse boeken. Welke rol kunnen we toeschrijven aan de figuren in zestiende- en zeventiende-eeuwse boeken over het zicht? Ik zie twee verschillende functies. Een eerste soort illustraties zijn de anatomische tekeningen die we vinden bij Vesalius, Platter en Kepler. Ze zijn een neerslag van observaties, aangevuld met theoretische constructies en hypothesen. Je kan je afvragen hoe moeilijk het nu kan zijn om een natuurgetrouwe tekening van het oog te maken tot je er één doormidden snijdt en de sappen en slijmen zich over de tafel verspreiden. Van zodra je ingrijpt op het object veranderen de constitutieve elementen van plaats. Zelfs een ervaren anatoom als Vesalius plaatst in zijn illustratie de lens verkeerd in het centrum van het oog. De letters die we terugvinden in de tekeningen hebben de functie van identificatie en referentie naar componenten van het geheel die in de tekst besproken worden. De representatie is dus niet zo zeer de figuur maar eerder de tekst die ze beschrijft. Als we hier spreken van een picturale transformatie dan zien we op zijn minst ook een transformatie van de beschrijving van de objecten die ze uitbeelden. Deze wijzigingen hebben dus betrekking op de observaties en de theoretische constructies om kenmerken, die niet direct observeerbaar zijn, in te vullen en slaan dus wel degelijk op een theorie.

Een tweede soort illustraties die we terugvinden bij bvb. Alhazen en Kepler zijn geometrische tekeningen. Deze hebben een functie die sterk verschillend is van anatomische tekeningen. We vinden er natuurlijk ook letters om punten te identificeren en te refereren maar deze tekeningen zijn eigenlijk toepassingen van een model. De geschiedenis van de optica gaat terug tot voor Euclides. Zowel in de *Optica* van Euclides als die van Ptolemaeus (Lejeune 1956) vinden we zeer geraffineerde analyses van complexe optische fenomenen zoals stereovisie en refractie op convexe en concave oppervlakken. Dat dergelijke geavanceerde analyse, van wat uiteindelijk een fysisch proces is van verplaatsing, reflectie en refractie van lichtstralen, reeds bijna twee duizend jaar geleden mogelijk was, is vooral te danken aan de beschikbaarheid van een zeer geschikt model: de vlakke meetkunde. Al deze fysische processen kunnen volledig geanalyseerd worden binnen één enkel vlak waarvoor de Euclidische meetkunde beschikbaar was. De beschrijving van de fysische verplaatsing van lichtstralen kan worden vertaald in lijnstukken binnen een geometrisch model en de wetten van de Euclidische meetkunde zijn hier van toepassing. Zo is de hoek van inval en reflectie gelijk op een vlak oppervlak wat geometrisch makkelijk kan geconstrueerd en gemodelleerd worden. Het model van de geometrische optica is zo adequaat dat het zonder wijziging kon gebruikt worden voor twee theorieën over visie die volledig tegengesteld waren aan elkaar. De meetkunde kan zowel model staan voor de emissietheorie, die er vanuit gaat dat visie bestaat uit lichtstralen die vanuit het oog vertrekken, en die door Euclides en Ptolemaeus werd gevolgd, als voor de intromissietheorie die ingang vond vanaf Alhazen. De vele tekeningen die we vinden bij

Kepler zoals de cruciale figuur 42 (Frish 1859; Donahue, 2000, 101) voor een kwantitatieve bepaling van de graad van refractie, functioneren als instantiaties van het geometrisch model. De opstelling van een fysisch proces wordt vertaald in een geometrisch diagram. Vanuit de gehanteerde theorie worden hierop afleidingen en voorspellingen gemaakt. De geometrische conclusies worden vervolgens terug vertaald naar fysische processen en getoetst aan observaties en experimenten. In het geval van figuur 42 Kepler is het duidelijk dat hij verschillende hypothesen formuleert over een invariantie van een verhouding tussen twee lijnstukken binnen zijn geometrische model om dit dan te toetsen aan experimentele gegevens over de brekingsindex (Heffer 2003). Ook binnen deze functie van afbeeldingen kunnen we moeilijk spreken van een picturale transformatie. Als Kepler zijn geometrische figuren aanpast dan zal hij dat niet doen zonder gegronde nieuwe theoretische inzichten. Wat zich voorstelt als een picturale transformatie is dus een aanpassing van theorieën. We kunnen het nog sterker stellen. Als je de vervanging van de perspectivistische theorie door het retinaal beeld model ziet als een picturale transformatie waarom dan ook niet voor de kosmologische theorieën van Ptolomeus en Copernicus? Ook daar zijn de tekeningen instantiaties van een kosmologisch model.

Onze sceptis m.b.t. de picturale transformatie als een mechanisme van paradigmawijziging wordt bevestigd door de merkwaardige wijze waarop de picturale representatie van de nieuwe theorie historisch is verlopen. Waar is de figuur die het principe van het retinaal beeld illustreert bij Kepler? Vreemd genoeg vinden we die helemaal niet de *Paralipomena*, maar de verschijnt voor de eerste maal bij Descartes, dertig jaar na de publicatie van de theorie (zie Figuur 1). Descartes had niet de gewoonte om zijn inspiratiebronnen bekend te maken maar in een gulle bui bekende hij aan Mersenne in zijn brief van 31 March 1638 “ce qui n’empêche pas que je n’avoue que Kepler a été mon premier maître en optique, et qu’il est celui de tous hommes que en a le plus su par ci-devant” (AT, II, 87). Het is zonder meer duidelijk dat de illustratie in de *Dioptrique* een letterlijke weergave is van de beschrijving van Kepler zoals we hem eerder geciteerd hebben. Deze gang van zaken is ironisch want Kepler was meester in geometrische figuren. Hij voorzag zijn *Paralipomena* van een overvloed van figuren soms met een onnodige hoeveelheid details en complexiteit. Descartes daarentegen was geen meester in die kunst en liet zich daarvoor wijselijk bijstaan door Mersenne en Frans van Schooten. Dan nog staan er in de *Dioptrique* figuren waarvan de verhoudingen pijnlijk verkeerd zijn zoals de centrale figuur 17 waarin de brekingswet wordt geïllustreerd.

Waarom heeft Kepler het nagelaten om een figuur toe te voegen bij zijn uitleg van het retinaal beeld? Ik denk dat het te maken heeft met het verschil in de functies van illustraties dat we eerder maakten. Kepler was als geen ander thuis in de geometrie en gebruikte figuren als modellen om fysische wetten op een geometrische manier af te leiden. Hoewel zijn argumentatie voor de retinaal beeld theorie puur geometrisch is blijft het uiteindelijk toch een beschrijving van de werking van het oog. Alle anatomische tekeningen in de *Paralipomena* zijn door Kepler zonder wijziging overgenomen van Platter. Mijn vermoeden is dat Kepler liever geen illustratie toevoegde die kon gezien worden als anatomisch.

Als besluit stellen we dus dat wijzigingen in picturale voorstellingen van het oog gebaseerd zijn op wijzigingen van een theorie. Maar het samenspel tussen theorie en

representatie is een complex interactief en bi-directioneel proces. Een beeld dat, eens het geconstrueerd is, kan leiden tot nieuwe theoretische inzichten.

Epiloog

Kort na mijn laatste lessen bij Marc De Mey vatte ik een doctoraatsstudie aan over het ontstaan van de symbolische algebra tijdens de zestiende eeuw. De introductie van symboliek binnen de wiskunde was na de axiomatiche methode één van haar belangrijkste methodologische innovaties. Een onderzoeksvraag was natuurlijk waar en wanneer die symboliek is ontstaan. Deze vraag is veel moeilijker te beantwoorden dan op het eerste zicht lijkt want het antwoord hangt af van de vraag wat symbolische denken binnen de wiskunde inhoudt. De meningen en de data lopen dan ook sterk uiteen maar de laatste decennia is er een convergentie van ideeën bij historici van de wiskunde om die ontwikkeling te situeren bij François Viète aan het einde van de zestiende eeuw. Ik heb die theorie steeds kritisch benaderd want Viète is een culminatie van het humanistisch programma om de algebra, die van barbaarse invloeden is (de terminologie van Viète), te hervormen op basis van antieke Griekse principes. Dat humanistisch programma, gestart door Regiomontanus rond 1460, is belangrijk geweest voor de vorming van een nieuwe Europese algebra maar is tegelijk een ontkenning van het werkelijk historisch verloop. Regiomontanus zag in de *Arithmetica* van Diophantus (c. 250) de mogelijkheid om de geschiedenis van de algebra een nieuwe mythische basis te geven los van mercantiele, Arabische of Oosterse invloeden. Deze vorm van revisionisme is tot vandaag nog voelbaar in historische werken.

In de loop van mijn onderzoek kwam het inzicht dat symbolen functioneren voor wiskundige probleemoplossing zoals figuren bij Kepler en dus een vorm van model-gebaseerd redeneren vormen. Door een probleem te vertalen in symbolische vorm kan je operaties uitvoeren die abstractie maken van het soort kwantiteiten waarmee je werkt. Dit heeft geleid tot belangrijke nieuwe innovaties binnen de algebra, zoals het aanvaarden van negatieve oplossingen voor lineaire problemen en wortels van negatieve getallen, of dus imaginaire getallen. Zoals voor Kepler het geloof in zijn geometrisch model het mogelijk maakte om de conceptuele barrière van het omgekeerd beeld te overbruggen, zo was voor Cardano (1545) het geloof in de correctheid van de basisoperaties van de algebra voldoende om de conceptuele barrière van negatieve getallen te overwinnen (Heffer 2007). Dit belangrijk inzicht liet me toe om het ontstaan van de symbolische algebra een halve eeuw vroeger te situeren. Er was maar één probleem: Cardano gebruikt helemaal geen symbolen! Op dat punt tijdens mijn onderzoek kwam Marc De Mey me terug in het geheugen. Wat komt eerst, de representatie of de theorie? Ook binnen de geschiedenis van de algebra zijn het de theoretische inzichten en methodes die representaties voorafgaan. Hoe vreemd het ook mag klinken: de invoering van symbolen binnen de wiskunde is niet het begin maar het resultaat van een proces naar symbolisch redeneren. Historici die in algebraboeken op zoek gaan naar het eerste gebruik van symbolen zijn dus nutteloos bezig. Op die manier heeft Marc ongewild en onbewust een belangrijke bijdrage geleverd aan mijn doctoraat.

Referenties

- Cardano, Girolamo (1545) *Ars Magna*, Nürnberg: Johann Petreius , (Engelse vertaling door Witmer, R. T., 1968, *Ars Magna or the Rules of Algebra*, Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, Herdruk: New York: Dover Publications, 1993).
- Della Porta, Giovanni Battista (1558) *Magia Naturalis* Napoli. Engelse vertaling in 1658. <http://members.tscnet.com/pages/omard1/jportat4.html>
- Descartes, René (1637), *Discours de la Méthode pour Bien Conduire sa Raison, et Chercher la Vérité dans les Sciences. Plus La Dioptrique. Les Meteores. Et La Geometrie*. Leiden, in *Oeuvres des Descartes*, Charles Adam and Paul Tannery, (AT; Paris, 1996), vol. VI. (voor een Engelse vertaling zie Olscamp 1965).
- De Mey, Marc (1982) *The cognitive paradigm : cognitive science, a newly explored approach to the study of cognition applied in an analysis of science and scientific knowledge*, Dordrecht: Reidel.
- De Mey, Marc (1997) “Artistic and Intellectual Factors in Scientific Discovery : Ocular Anatomical Drawings”, *Scientiarum Historia* 23 (2), pp 73-108.
- Donahue, William (2000) *Kepler’s Optics*. Santa Fe, New Mexico: Green Lion Press.
- Frisch, Ch. (ed.) (1859) *Joannis Kepleri, astronomi Opera omnia*, Frankfurt: Heyder; Erlange: Zimmer.
- Heeffer, Albrecht (1985) “Validating Concepts from Automated Acquisition Systems”. Aravind K. Joshi (Ed.): *Proceedings of the 9th International Joint Conference on Artificial Intelligence*. August 1985, Los Angeles, Ca.: Morgan Kaufmann, pp. 613-615.
- Heeffer, Albrecht (2003) “Kepler’s near discovery of the sine law: A qualitative computational model”, In: Claudio Delrieux & Javier Legris, (eds.) *Computer Modeling of Scientific Reasoning*, Bahia Blanca, Argentina: Universidad Nacional Del Sur. EDIUNS, pp. 93-102.
- Heeffer, Albrecht (2006) “The Logic of Disguise: Descartes’ Discovery of the Sine Law”, *Historia Scientiarum. International Journal of the History of Science Society of Japan*, 16 (2), November 2006, pp. 144-165.
- Heeffer, Albrecht (2007) “Abduction as a Strategy for Concept Formation in Mathematics: Cardano Postulating a Negative” in Olga Pombo and Alexander Gerner (eds.) *Abduction and the Process of Scientific Discovery*, Lisboa: Coleção Documenta, Centro de Filosofia das Ciências da Universidade de Lisboa, , pp. 179-194.
- Hofstadter, Douglas (1979) *Gödel, Escher, Bach: an eternal golden braid*, New York: Basic Books.
- Kepler, Johannes (1604) *Ad Vitellionem paralipomena, quibus astronomiae pars optica traditur*, see Donahue (2000)
- Kepler, Johannes (1611) *Ioannis Kepleri Sae. Cae. Mtis. mathematici Dioptrice seu Demonstratio eorum quae visui & visibilibus propter conspicienda non ita pridem inventa accidunt : praemissae epistolae Galilaei de ijs, quae post editionem Nuncij siderij ope perspicilli, nova & admiranda in coelo deprehensa sunt*, Augustae Vindelicorum, Typis Davidis Franci.
- Lindberg, David C. (1976) *Theories of Vision from al-Kindi to Kepler*, Chicago: Univ. of Chicago Press.

Over beelden, figuren en symbolen

- Lindberg, David C. (1996) *Roger Bacon and the Origins of Perspectiva in the Middle Ages : A Critical Edition and English Translation of Bacon's Perspectiva* Oxford: Claredon Press.
- Latour, Bruno (1984) *Les microbes: guerre et paix*. (herzien en uitgebreid in een Engelse editie) *The Pasteurization of France*, 1988, Cambridge Ma.: Harvard University Press.
- Lejeune, Albert (1956) *L'Optique de Claude Ptolémée dans la version latine d'après l'arabe de l'émir Eugène de Sicile*, Leuven.
- Margolis, Howard (1993) *Paradigms & Barriers: How Habits of Mind Govern Scientific Beliefs*, Chicago: University of Chicago Press.
- Maurolico, Francesco (1611) *Theoremata de lumine et umbra ad perspectivam et radorum incidentiam facientes ; Diaphanorum partes... ; Problemata ad perspectivam et itidem pertinentia*. T. Longi, Neapoli. (English translation by Henry Crew (1940) *The Photismi de Lumine of Maurolycus. A chapter in late medieval optics*. Macmillan, New York)
- Netz, Reviel (1999) *The Shaping of Deduction in Greek Mathematics. A Study in Cognitive History*, Cambridge, New York, Melbourne: Cambridge University Press.
- Olscamp, Paul (1965) *René Descartes: Discours on Method, Optics, Geometry and Meteorology*. Reprint 2001, Hackett, In.
- Platter, Felix (1583) *De partium corporis humani structura et usu libri III*. Froven, Basel. (reprinted in 1603).
- Sabra A I. (1989), *The optics of ibn al-Haytham* (2 Vols.) London: University of London. Warburg Institute.
- Veltman, Kim (1986a) "Leonardo and the Camera Obscura" *Studi Vinciani in memoria de Nando de Toni*, Brescia: Ateneo di scienze lettere et arti. Centro ricerche Leonardiane, pp.81-92
- Veltman, Kim (1986b) *Continuity and Discovery in Optics and Astronomy* Leonardo da Vinci Studies I. <http://www.sumscorp.com/books/contin/title.html>
- Vesalius, Andreas (1543) *De humani corporis fabrica*. Basel: Oporinus.